高三数学考试参考答案(理科)

1. D　因为 $B=\{x|x^2-2x-3<0\}=\{x|-1<x<3\}$，$A=\{-2,-1,0,1,2\}$，所以 $A\cap B=\{0,1,2\}$.

2. C　因为命题“对于任意正数 x，都有 $x+1>0$”是全称量词命题，所以其否定为“存在正数 x，使得 $x+1\leqslant 0$”.

3. A　若 $[a]=[b]$，则 $|a-b|<1$，但 $|a-b|<1$ 时，$[a]$，$[b]$ 不一定相等，例如 $a=2.9$，$b=3.1$，所以“$[a]=[b]$”是“$|a-b|<1$”的充分不必要条件.

4. A　该扇形的面积为 $\frac{1}{2}\times\frac{40^\circ}{180^\circ}\times\pi\times 9^2=9\pi$.

5. A　函数 $\frac{f(x-2)}{x+1}$ 中的 x 需满足 $\begin{cases}-3\leqslant x-2\leqslant 3,\\ x+1\neq 0,\end{cases}$ 解得 $-1<x\leqslant 5$，故函数 $\frac{f(x-2)}{x+1}$ 的定义域为 $(-1,5]$.

6. D　由题可知，函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq\pm 1\}$，且 $f(-x)=\frac{x^2}{3-3^{|x|}}=f(x)$，故函数为偶函数，排除 A，C. 又 $f(2)=\frac{4}{3-9}=-\frac{2}{3}<0$，所以选 D.

7. D　由 $2\tan^2\alpha-\tan\alpha-1=0$，解得 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$ 或 $\tan\alpha=1$. 因为 α 是第四象限角，所以 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$，故 $\frac{\cos(2\pi-\alpha)-\sin(\pi-\alpha)}{3\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)+\cos(-\alpha)}=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{-3\sin\alpha+\cos\alpha}=\frac{1-\tan\alpha}{-3\tan\alpha+1}=\frac{3}{5}$.

8. B　因为 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，所以 $\alpha+\frac{\pi}{4}\in(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4})$，则 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=-\frac{7\sqrt{2}}{10}$，即 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{7}$，所以 $\tan\alpha=\tan[(\alpha+\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{4}]=\frac{\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})\tan\frac{\pi}{4}}=-\frac{3}{4}$，故选 B.

9. C　由 $f(x+2)=\frac{3}{f(x)}$，可得 $f(x+4)=f(x)$，所以 $f(x)$ 的周期为 4，则 $f(100)=f(0)=\frac{3}{f(2)}=-3$.

10. A　因为 $3a=3\log_5 3=\log_5 27>2$，$3b=3\log_{12}5=\log_{12}125<2$，所以 $3a>2>3b$，即 $b<c<a$.

11. C　由题可知 $\frac{T}{2}<\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{3T}{2}$，解得 $1<\omega\leqslant 3$，$\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}<\omega x+\frac{\pi}{5}<\frac{3\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}$.

因为函数 $f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{5})$ 在区间 $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$ 上恰有两个零点，所以 $\begin{cases}\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}<\frac{3\pi}{2},\\ \frac{5\pi}{2}<\frac{3\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}\leqslant\frac{7\pi}{2}\end{cases}$ 或

$\begin{cases}\frac{3\pi}{2}\leqslant\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}<\frac{5\pi}{2},\\ \frac{7\pi}{2}<\frac{3\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{5}\leqslant\frac{9\pi}{2},\end{cases}$ 解得$\frac{23}{15}<\omega\leqslant\frac{11}{5}$或$\frac{13}{5}\leqslant\omega\leqslant\frac{43}{15}$，即$\omega\in(\frac{23}{15},\frac{11}{5}]\cup[\frac{13}{5},\frac{43}{15}]$.

12. B　由$2x^2-3x-x\ln x+1\geqslant ax+b+(x-2)^2\geqslant 0$，可得$x^2+x-x\ln x-3\geqslant ax+b\geqslant -x^2+4x-4$. 记$f(x)=x^2+x-x\ln x-3$，$g(x)=-x^2+4x-4$，

令$h(x)=f(x)-g(x)=2x^2-3x-x\ln x+1$，$x\geqslant 1$，则$h'(x)=4x-\ln x-4$，

令$k(x)=4x-\ln x-4$，则$k'(x)=4-\frac{1}{x}>0$恒成立，

所以$h'(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增且$h'(1)=0$，所以当$x\geqslant 1$时，$h(x)\geqslant h(1)=0$，所以$f(x)\geqslant g(x)$，当且仅当$x=1$时，等号成立. 又$f'(x)=2x-\ln x$，$g'(x)=-2x+4$，且$f'(1)=g'(1)=2$，从而$y=ax+b$为$f(x)$与$g(x)$在$x=1$处的公切线时，才能使原不等式恒成立，此时$a=f'(1)=2$，$b=-3$，所以$3a+2b=0$.

13. e^9　令$2-\sqrt{x}=-1$，则$x=9$，所以$f(-1)=e^9$.

14. $(-1,1)$　令$y=-1$，则$f(-x)=f(x)$，所以$f(x)$是偶函数，故$f(x)<1$的解集为$(-1,1)$.

15. 5　过C作CE垂直于MN，交MN于点E(图略). 设$ME=2x$，则$CE=7x$，由题可知$AB=BC=3$，则$MN=AN=2x+3$，$NB=7x$，在$\triangle ABN$中，$NB^2=AN^2+AB^2-2AN\cdot AB\cdot\cos 120^\circ$，即$(7x)^2=(2x+3)^2+3^2+3\times(2x+3)$，化简可得$5x^2-2x-3=0$，所以$x=1$(负值已舍去)，则$MN=5$.

16. $\frac{3\pi}{2}-1$　由$2\sin(\alpha+\beta)+\alpha^2-2\alpha+3=0$，可得$2\sin(\alpha+\beta)=-\alpha^2+2\alpha-3$. 因为$-2\leqslant 2\sin(\alpha+\beta)\leqslant 2$，$-\alpha^2+2\alpha-3=-(\alpha-1)^2-2\leqslant -2$，所以当且仅当$\alpha=1$，$2\sin(\alpha+\beta)=-2$时，等式成立. 又因为$\alpha,\beta\in[0,2\pi]$，所以$\alpha+\beta=\frac{3\pi}{2}$，故$\beta=\frac{3\pi}{2}-1$.

17. 解：(1)由题意，$f(x)=2(\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x)-2\sin 2x=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x=2\cos(2x+\frac{\pi}{6})$. ………………………… 3分

令$-\pi+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

解得$-\frac{7\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant -\frac{\pi}{12}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

所以$f(x)$的单调递增区间为$[-\frac{7\pi}{12}+k\pi,-\frac{\pi}{12}+k\pi]$，$k\in\mathbf{Z}$. ……………… 5分

(2)把$f(x)$的图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$，得到$y=2\cos(4x+\frac{\pi}{6})$，……… 7分

再向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度得到$y=2\cos[4(x+\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]=2\cos(4x+\frac{5\pi}{6})$，

即 $g(x)=2\cos(4x+\frac{5\pi}{6})$. ………………………………………………………… 8 分

因为 $-\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{8}$，所以 $\frac{\pi}{2}<4x+\frac{5\pi}{6}<\frac{4\pi}{3}$，

则 $-1\leqslant\cos(4x+\frac{5\pi}{6})<0$，

所以 $g(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{8})$ 上的值域为 $[-2,0)$. ……………………………… 10 分

18. 解：(1)因为 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f(x)+f(-x)=0$，

所以 $\log_3(\frac{2}{2x-1}+a)+\log_3(\frac{2}{-2x-1}+a)=0$ 在定义域内恒成立，

即 $(\frac{2}{2x-1}+a)(\frac{2}{-2x-1}+a)=1$ 在定义域内恒成立，……………………………… 2 分

整理得 $(4-4a^2)x^2-1+(a-2)^2=0$ 在定义域内恒成立，

所以 $\begin{cases}4-4a^2=0,\\-1+(a-2)^2=0,\end{cases}$ 解得 $a=1$.

因为当 $a=1$ 时，$f(x)=\log_3\frac{2x+1}{2x-1}$ 的定义域 $(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},+\infty)$ 关于原点对称，满足题意，所以 $a=1$. …………………………………………………………………… 6 分

(2)由 $3^{f(x)}-\frac{b}{2x+1}\geqslant0$，可得 $\frac{(2x+1)^2}{2x-1}\geqslant b$. ……………………………… 8 分

因为 $\frac{(2x+1)^2}{2x-1}=\frac{(2x-1+2)^2}{2x-1}=(2x-1)+\frac{4}{2x-1}+4\geqslant2\sqrt{4}+4=8$，当且仅当 $x=\frac{3}{2}$ 时，取得最小值，所以 $b\leqslant8$，故 b 的取值范围为 $(-\infty,8]$. ………………………………… 12 分

19. 解：(1)由 $b\cos C+c\cos B=3a\cos A$，可得到 $\sin B\cos C+\sin C\cos B=3\sin A\cos A$，…… …………………………………………………………………………………… 2 分

即 $\sin(B+C)=3\sin A\cos A$. ………………………………………………………… 3 分

因为 $B+C=\pi-A$，所以 $\sin(B+C)=\sin A\neq0$，

故 $\cos A=\frac{1}{3}$. ………………………………………………………………………… 5 分

(2)由 $\cos A=\frac{1}{3}$，可得 $\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，…………………………………………… 6 分

因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$，所以 $\sqrt{2}=\frac{1}{2}bc\sin A$，则 $bc=3$. ………………………… 8 分

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即 $4=b^2+c^2-\frac{2}{3}bc=(b+c)^2-\frac{8}{3}bc$，

所以 $b+c=2\sqrt{3}$，…………………………………………………………………… 10 分

故 $\triangle ABC$ 的周长是 $a+b+c=2\sqrt{3}+2$. ……………………………………………… 12 分

20. 解：(1)当 $a=1$ 时，$f(x)=\frac{1}{x}-x+\ln x$，则 $f(1)=0$，……………………………… 1 分

所以 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}-1+\frac{1}{x}$，则 $f'(1)=-1$，…………………………………………………… 3 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=-1(x-1)$，即 $x+y-1=0$. ………… 5 分

(2) $f'(x)=-\frac{a}{x^2}-1+\frac{a}{x}=\frac{-x^2+ax-a}{x^2}$.

因为函数 $f(x)=\frac{a}{x}-x+a\ln x$ 存在两个极值点 x_1,x_2，

所以 $f'(x)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的解，

即方程 $-x^2+ax-a=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的解，

所以 $\begin{cases}\Delta=a^2-4a>0,\\ a>0,\end{cases}$ 解得 $a>4$. …………………………………………………… 7 分

又 $x_1+x_2=a$，$x_1x_2=a$，…………………………………………………………………… 8 分

所以 $f(x_2)+f(x_1)=(\frac{a}{x_2}-x_2+a\ln x_2)+(\frac{a}{x_1}-x_1+a\ln x_1)=a\cdot\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}-(x_1+x_2)+a\ln(x_1x_2)=a\ln a$. …………………………………………………………………… 10 分

令 $g(a)=a\ln a$，$a\in(4,+\infty)$，则 $g'(a)=\ln a+1>0$，所以 $g(a)$ 在 $(4,+\infty)$ 上单调递增，且 $g(8)=24\ln 2$. 由 $f(x_1)+f(x_2)\leqslant 24\ln 2$，可得 $4<a\leqslant 8$，所以 a 的取值范围为 $(4,8]$. ……
…………………………………………………………………………………………… 12 分

21. 解：(1) 由 $a^2+b^2-c^2=2ab\cos 2A$，可得 $2ab\cos C=2ab\cos 2A$，…………………… 2 分

所以 $\cos C=\cos 2A$，则 $C=2A$. …………………………………………………… 3 分

又因为 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，所以 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin 2A}$，即 $\frac{a}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}a}{2\sin A\cos A}$，则 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $A=\frac{\pi}{6}$，…………………………………………………………………………… 4 分

所以 $B=\pi-A-C=\frac{\pi}{2}$. …………………………………………………………… 5 分

(2) 由 (1) 可知 $C=2A$，所以 $B=\pi-3A$，即 $\sin B=\sin 3A$.

因为 $\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$，所以 $c=\frac{b\sin 2A}{\sin 3A}$. ………………………………………… 6 分

又 $\frac{1}{2}bh=\frac{1}{2}bc\sin A$，所以 $h=c\sin A$，…………………………………………… 7 分

所以 $\frac{h}{b}=\frac{\sin 2A\sin A}{\sin(2A+A)}=\frac{\sin 2A\sin A}{\sin 2A\cos A+\cos 2A\sin A}=\frac{\tan 2A\tan A}{\tan 2A+\tan A}=\frac{2\tan A}{3-\tan^2 A}$. …… 9 分

因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，所以 $\begin{cases}C=2A\in(0,\frac{\pi}{2}),\\ B=\pi-3A\in(0,\frac{\pi}{2}),\\ A\in(0,\frac{\pi}{2}),\end{cases}$ 解得 $A\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})$，

即 $\tan A\in(\frac{\sqrt{3}}{3},1)$. ………………………………………………………………… 10 分

设 $t=\tan A$，则 $t\in(\frac{\sqrt{3}}{3},1)$，令 $y=\frac{2t}{3-t^2}$，所以 $y'=\frac{2(3+t^2)}{(3-t^2)^2}>0$，故 $y=\frac{2t}{3-t^2}$ 在 $t\in(\frac{\sqrt{3}}{3},1)$ 上为增函数，

所以 $\frac{h}{b}\in(\frac{\sqrt{3}}{4},1)$，即 $\frac{h}{b}$ 的取值范围为 $(\frac{\sqrt{3}}{4},1)$. ……………………………………… 12 分

22. (1)解：$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\ln x+1+a$，令 $f'(x)=0$，得 $x=e^{-a-1}$. … 1 分

由 $f'(x)<0$，解得 $0<x<e^{-a-1}$，由 $f'(x)>0$，解得 $x>e^{-a-1}$. ………………………… 3 分

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,e^{-a-1})$，单调递增区间为 $(e^{-a-1},+\infty)$. ……………… 5 分

(2)证明：令 $\varphi(x)=f(x)-ae^x+1=a(x-e^x)+x\ln x+1$，

令 $k(x)=x-e^x$，则 $k'(x)=1-e^x$，则 $k(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $k(x)\leqslant k(0)=-1<0$.

由 $a\geqslant1$，可得 $a(x-e^x)+x\ln x+1\leqslant x-e^x+x\ln x+1$，……………………………… 7 分

即证 $\frac{e^x}{x}-\ln x-\frac{1}{x}-1>0$.

令 $g(x)=\frac{e^x}{x}-\ln x-\frac{1}{x}-1(x>0)$，则 $g'(x)=\frac{(x-1)e^x}{x^2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{(x-1)(e^x-1)}{x^2}$. ……
……………………………………………………………………………………………… 8 分

由 $g'(x)=0$，可得 $x=1(x=0$ 舍去).

因为当 $x>0$ 时，$e^x-1>0$，

所以当 $0<x<1$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，

当 $x>1$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $g(x)_{\min}=g(1)=e-1-1=e-2>0$，…………………………………………………… 10 分

所以 $g(x)>0$，则 $\frac{e^x}{x}-\ln x-\frac{1}{x}-1>0$，所以 $x-e^x+x\ln x+1<0$，结论成立. ……… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。