2023 年高一第二学期期末学业质量监测卷

数学试题参考答案及评分标准

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.【答案】C

2.【答案】B

解：因为 $\frac{5}{i-2}=\frac{5(i+2)}{(i-2)(i+2)}=\frac{5(i+2)}{-5}=-2-i$，则复数 $\frac{5}{i-2}$ 的共轭复数为 $-2+i$.

故选 B

3.【答案】D

解：$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}$

4.【答案】B

解：由图中数据可知高一年级 AB 型血的学生占高一年级学生总体的 12% 所以抽取一个容量为 150 的样本，AB 型血的学生中应抽取的人数是 $150\times12\%=18$ 人.

故答案选 B

5.【答案】D

解：对于 A，若 $l//\alpha$，$m//\alpha$，则 l 与 m 的位置关系可能为平行、相交或者异面，故 A 错误；对于 B，若 $m//\beta,\alpha\perp\beta$，则 $m\perp\alpha$，$m//\alpha$ 或 $m\subset\alpha$，故 B 错误；对于 C，若 $l\perp\alpha,l\perp m$，则 $m//\alpha$ 或 $m\subset\alpha$，故 C 错误；对于 D，若 $l\perp\beta,m\perp\beta$，则 $l//m$，因为 $m\perp\alpha$，故 $l\perp\alpha$，故 D 正确.

故答案选 D

6.【答案】A

解：因为 $\log_{0.3}4<\log_{0.3}3<\log_{0.3}1=0$，所以 $a<b<0$，

又因为 $c=3^{0.1}>3^0=1$，$0<d=0.3^2<0.3^0=1$.

所以四个数 a，b，c，d 的大小关系是 $a<b<d<c$.

故答案选：A

7.【答案】D

解：由题意可得 3 人中没有人看龙舟比赛的概率为：

$$(1-\frac{1}{3})\times(1-\frac{2}{5})\times(1-\frac{1}{4})=\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10},$$

所以这段时间内至少有 1 人看龙舟比赛的概率为:$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$.

故选 D

8.【答案】A

解：函数$f(x)=\sin(2\omega x+\varphi-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$，

由①$T=\pi$，得$\frac{2\pi}{2\omega}=\pi$，解得$\omega=1$；

由②$y=f(x+\frac{\pi}{6})$是奇函数，即$y=f(x+\frac{\pi}{6})=sin(2x+\varphi+\frac{\pi}{6})$是奇函数，

得$\frac{\pi}{6}+\varphi=k\pi$，$k\in Z$；

解得$\varphi=k\pi-\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$；

由③$f(0)<f(\frac{\pi}{3})$，得$\sin(k\pi-\frac{\pi}{3})<\sin(k\pi+\frac{\pi}{3})$，$k\in Z$；

所以k为偶数，不妨取$k=0$，可得$\varphi=-\frac{\pi}{6}$；

所以$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$；

当$x\in[0,a)$时，$2x-\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{3},2a-\frac{\pi}{3})$，

又$f(x)$在$[0,a)$上没有最小值，

所以$\frac{4\pi}{3}<2a-\frac{\pi}{3}\leq\frac{3\pi}{2}$，

解得$\frac{5\pi}{6}<a\leq\frac{11\pi}{12}$；

所以实数a的取值范围是$(\frac{5\pi}{6},\frac{11\pi}{12}]$.

故选：A.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9.【答案】ABC

解：对于 A：$i^{2023}=i^3=-i$，故 A 正确；

对于 B：若复数 z 为实数则 $z=\overline{z}$，

设 $z=a+bi$，$(a,b\in\mathbf{R})$，若 $z=\overline{z}$，即 $a+bi=a-bi$，所以 $b=0$，则复数 z 为实数，故复数 z 为实数的充要条件是 $z=\overline{z}$，故 B 正确；

对于 C: z_1，z_2，z_3 为复数，$z_1\neq0$，

设 $z_1=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，$z_2=c+di(c,d\in\mathbf{R})$，$z_3=m+ni(m,n\in\mathbf{R})$，

若 $z_1z_2=z_1z_3$，则 $z_1(z_2-z_3)=0$，即 $\begin{cases}a(c-m)=b(d-n)\\a(d-n)=-b(c-m)\end{cases}$，

因为$a \neq 0$且$b \neq 0$，所以$(c-m)^2+(d-n)^2=0$，则$c=m$且$d=n$，

所以$z_2=z_3$，故 C 正确;

对于 D: z_1， z_2为复数，设$z_1=a+bi$， $z_2=c+di$，$a,b,c,d\in R$

若$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$，

则$|(a+c)+(b+d)i|=|(a-c)+(b-d)i|$，

$\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$，整理得$ac+bd=0$，

而$z_1z_2=(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i=(ac-bd)$不一定为0，故D错误.

故选：ABC

10.【答案】BCD

解：$\vec{a}=(\sqrt{3},1)$，$\vec{b}=(\cos\theta,\sin\theta)$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\sqrt{3}\cos\theta+\sin\theta=2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$，

$\because \theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\therefore \theta+\frac{\pi}{3}\in(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6})$，

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}\neq 0$，$\therefore$ A 错误;

当$\theta=\frac{\pi}{6}$时，$\vec{b}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})=\frac{1}{2}\vec{a}$，故 B 正确;

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\sqrt{3}\cos\theta+\sin\theta=2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$，

$\because \theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\therefore \theta+\frac{\pi}{3}\in(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6})$，

$\therefore \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\in(1,2]$, 故 C 正确;

$\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=\left(\sqrt{3}-\cos\theta,1-\sin\theta\right)$，

$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=\sqrt{\left(\sqrt{3}-\cos\theta\right)^2+(1-\sin\theta)^2}=\sqrt{5-4\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}$，

$\because \theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\therefore \theta+\frac{\pi}{3}\in(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6})$，

$\therefore|\vec{a}-\vec{b}|\in[1,\sqrt{3})$, 故 D 正确.

故选 BCD

11.【答案】AC

解：$\overline{A}\ \overline{B}$ 表示甲乙两人均未击中靶，因此 $E=\overline{A}\ \overline{B}$，故①正确；

AB 表示两人都击中靶，而 F 表示至少有 1 人击中靶，因此② $F=AB$ 错误；

$A+B$ 表示至少有 1 人击中靶，因此③ $F=A+B$ 正确；

$A+B$ 表示至少有 1 人击中靶，而 G 表示恰一人击中靶，因此④ $G=A+B$ 错误；

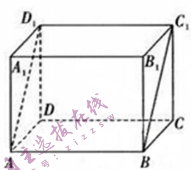
$\overline{A}B+A\overline{B}$ 表示两人中恰好只有 1 人击中靶，因此⑤ $G=\overline{A}B+A\overline{B}$ 正确；

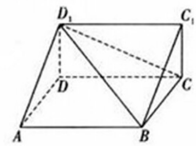
E 与 F 是对立事件，因此⑥ $P(F)=1-P(E)$ 正确；

A 与 B 不是互斥事件，$P(F)=P(A)+P(B)-P(AB)$，因此⑦ $P(F)=P(A)+P(B)$ 错误；

综上可得正确的是①③⑤⑥.

12.【答案】BCD





解：把三棱锥 D_1-BCC_2 还原到长方体中可知，

$\angle D_1C_1B=\angle D_1C_1C=\angle C_1CB=90^0,\angle D_1CB=90^0$

所以 A 错误，B 正确

该鳖臑 D_1-BCC_2 的最长棱长就是长方体的体对角线 $D_1B=\sqrt{2^2+3^2+4^2}=\sqrt{29}$ 所以 C 正确.

该鳖臑 D_1-BCC_2 的体积为 $V=\frac{1}{3}sh=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times3\times4=4$ 所以 D 正确.

正确答案：BCD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.【答案】38

解：$\because -3+2i$ 方程 $2x^2+px+q=0$ 的一个根，$2(-3+2i)^2+p(-3+2i)+q=0$，

即 $(10-3p+q)+(2p-24)i=0$.

$\therefore\begin{cases}10-3p+q=0\\2p-24=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}p=12\\q=26.\end{cases}$

故答案为 38

14.【答案】7,8,9,10 均可写一个就可以

解：7 位同学成绩如下：6，7，7，8，8，9，10 其第 25 百分位数为 7，要使 25%位数不变，m 不小于 7 就可以.

15.【答案】$\frac{7}{10}$

解：设掷一枚质地均匀的骰子出现点数为 1 或 2 为事件 A,P(A)= $P(A)=\frac{1}{3}$

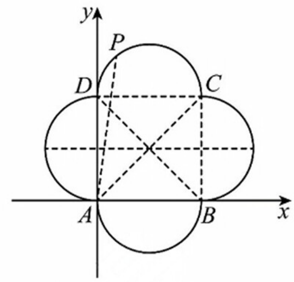
骰子出现点数为 3，4，5，6 为事件 $\overline{A}$，$P(\overline{A})=\frac{2}{3}$

甲箱摸出红球为 B_1 乙箱摸出红球为 B_2 设顾客中奖为事件 C

$P(B_1)=\frac{1}{2};P(B_2)=\frac{4}{5}$　　　$P(C)=P(AB_1+\overline{A}B_2)=P(AB_1)+P(\overline{A}B_2)=\frac{1}{3}\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\frac{4}{5}=\frac{7}{10}$

16.【答案】[-2,6]

解：以点 A 为坐标原点，AB、AD 所在直线分别为 x、y 轴建立如下图所示的平面直角坐标系 xAy，



设点 $P(x,y)$，易知，以 AD 为直径的左半圆，

点 P 的横坐标 $-1\le x\le 0$，

以 BC 为直径的右半圆：点 P 的横坐标 $2\le x\le 3$，

所以点 P 的横坐标 x 的取值范围是 $[-1,3]$，

由数量的几何意义可知，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|\cdot x=2x\in[-2,6]$.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.解：（1）由 $|\boldsymbol{a}|^2=(\sqrt{3}\sin x)^2+(\sin x)^2=4\sin^2 x$，，

$|\boldsymbol{b}|^2=(\cos x)^2+(\sin x)^2=1$，及 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，

得 $4\sin^2 x=1$，；又 $x\in(0,\pi)$ 从而 $\sin x=\frac{1}{2}$，所以 $x=\frac{\pi}{6}$ 或 $x=\frac{5}{6}\pi$　………5 分

（2）$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x+\sin^2 x$，

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}$，

$=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$,

当 $x=\frac{\pi}{3}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 取最大值 1.

所以 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$.…………10 分

18.解：（1）因为 $c-a\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}b\sin A$，

由正弦定理得 $\sin C-\sin A\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin B\sin A$，

即 $\sin(A+B)-\sin A\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin B\sin A$，所以 $\cos A\sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin B\sin A$，

又 $\sin B\neq 0$，所以 $\tan A=\sqrt{3}$，

又 $0<A<\pi$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$；……….6 分

（2）由 $A=\frac{\pi}{3}$，得 $\cos A=\frac{1}{2}$

由余弦定理可知 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(b+c)^2-2bc-a^2}{2bc}$

代入得 $\frac{1}{2}=\frac{8^2-2bc-4^2}{2bc}$，　解得 $bc=16$.

由三角形面积公式得 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$. ……………………12 分

19.解：（1）当 $t=0$ 时，$f(x)=|4-\log_2 x|$，令 $|4-\log_2 x|=0$，解得 $x=16$，
所以函数零点为 $x=16$ ………..5 分
（2）由已知，当 $t\le 0$　$f(x)=|4-\log_2 x|-t$ 没有两个实根。……………………6 分
当 $t>0$ 时，$f(x)=\begin{cases}4-\log_2 x-t, & 0<x\leqslant 16,\\ \log_2 x-4-t, & x>16,\end{cases}$ ………………………………………7 分
$f(x)$ 有两个零点 x_1,x_2 $(x_1<x_2)$，
$4-\log_2 x_1=t$，$\log_2 x_2-4=t$，所以 $x_1=2^{4-t}$，$x_2=2^{4+t}$，…………………………9 分
所以 $4x_1+x_2=4\times 2^{4-t}+2^{4+t}=\frac{64}{2^t}+16\times 2^t\geqslant 2\sqrt{\frac{64}{2^t}\times 16\times 2^t}=64$ …………………11 分
当且仅当 $\frac{64}{2^t}=16\times 2^t$，即 $t=1$ 时，等号成立，……………………………………12 分
所以 $4x_1+x_2\in[64,+\infty)$.

20.解：（1）$y=mx^2+(1-m)x+m-2\geqslant -2$ 对一切实数 x 恒成立，.

故 $mx^2+(1-m)x+m\geqslant 0$ 对一切实数 x 恒成立，

当 $m=0$ 时，$x\geqslant 0$，不满足题意；

当 $m\neq 0$ 时，则 $\begin{cases}m>0\\ \Delta=(1-m)^2-4m^2\leqslant 0\end{cases}\Rightarrow m\geqslant\frac{1}{3}$，

综上所述，实数 m 的取值范围为 $\left[\frac{1}{3},+\infty\right)$. ……….5 分

（2）$mx^2+(1-m)x+m-2<m-1(m\in\mathbf{R})$.

①当 $m=0$ 时，$x-1<0$，解集为 $(-\infty,1)$，

②当 $m>0$ 时，$mx^2+(1-m)x+m-2<m-1\Rightarrow(mx+1)(x-1)<0$，

方程 $(mx+1)(x-1)=0$ 的两个根为 $x_1=-\frac{1}{m},x_2=1$，

不等式 $mx^2+(1-m)x+m-2<m-1$ 的解集为 $\left(-\frac{1}{m},1\right)$.

③当 $m<0$ 时，$mx^2+(1-m)x+m-2<m-1\Rightarrow(mx+1)(x-1)<0$，

方程 $(mx+1)(x-1)=0$ 的两个根为 $x_1=-\frac{1}{m},x_2=1$，

(i) 当 $m=-1$ 时，解集为 $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$;

(ii) 当 $m<-1$ 时，解集为 $\left(-\infty,-\frac{1}{m}\right)\cup(1,+\infty)$;

(iii) 当 $-1<m<0$ 时，解集为 $(-\infty,1)\cup(-\frac{1}{m},+\infty)$……….10 分

综上所述，当 $m\leqslant-1$ 时，不等式 $mx^2+(1-m)x+m-2<m-1$ 的解集为

$\left(-\infty,-\frac{1}{m}\right)\cup(1,+\infty)$;

当 $-1<m<0$ 时，解集为 $(-\infty,1)\cup(-\frac{1}{m},+\infty)$；

当 $m=0$ 时，解集为 $(-\infty,1)$；

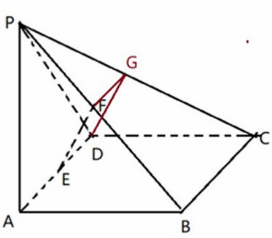
当 $m>0$ 时，解集为 $\left(-\frac{1}{m},1\right)$. ………12 分

21.证明：（1）取 PC 中点 G，连接 DG、FG.

在 $\triangle PBC$ 中，因为 F，G 分别为 PB，PC 的中点，所以 $GF\,//\,BC$，$GF=\frac{1}{2}BC$.

因为底面 $ABCD$ 为矩形，且 E 为 AD 的中点，

所以 $DE\,//\,BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$，



所以 $GF\,//\,DE$，$GF=DE$，

所以四边形 $DEFG$ 为平行四边形，

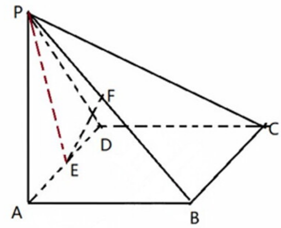
所以 $EF\,//\,DG$.

又因为 $EF\not\subset$ 平面 PCD，$DG\subset$ 平面 PCD，

所以 $EF\,//$ 平面 PCD.……….4 分

（2）因为底面 $ABCD$ 为正方形，所以 $CD\perp AD$，

又因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$， $CD\subset$ 平面 $ABCD$，
所以 $CD\perp$ 平面 PAD.
因为 $PA\subset$ 平面 PAD，所以 $CD\perp PA$.
又因为 $PA\perp PD$， $PD\subset$ 平面 PCD， $CD\subset$ 平面 PCD， $PD\cap CD=D$，
所以 $PA\perp$ 平面 PCD.
因为 $PA\subset$ 平面 PAB，
所以平面 $PAB\perp$ 平面 PCD. ………8 分



（3） $PA\perp PD$，$PA=PD$，E为AD中点，$PE\perp AD$
因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，
平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，
所以 $PE\perp$ 平面 $ABCD$.
$PE=1$

$V_{P-ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}h=\frac{1}{3}\times2\times2\times1=\frac{4}{3}$ ……….12 分

22.解：（1）设事件 M 为“甲、乙、丙三人共进行了 3 场比赛且丙获得冠军”，只能甲乙先赛，丙上场后连胜 2 场，则有两类：①甲胜乙，再丙胜甲，丙胜乙，②乙胜甲，再丙胜乙，丙胜甲，

所以 $P(M)=\frac{2}{3}\times(1-\frac{3}{5})\times(1-\frac{1}{2})+(1-\frac{2}{3})\times(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{3}{5})=\frac{1}{5}$ ………5 分

（2）设事件 $N=$“甲和乙先赛且甲获得冠军”，则分为三类，
$N_1=$“甲胜乙，再甲胜丙”，
$N_2=$“甲胜乙，再丙胜甲，再乙胜丙，再甲胜乙”，
$N_3=$“乙胜甲，再丙胜乙，再甲胜丙，再甲胜乙”，………6 分

所以 $P(N_1)=\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$，

$P(N_2)=\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{45}$，

$P(N_3)=\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{15}$，

所以 $P(N)=P(N_1\cup N_2\cup N_3)=P(N_1)+P(N_2)+P(N_3)=\frac{2}{5}+\frac{4}{45}+\frac{1}{15}=\frac{25}{45}=\frac{5}{9}$.
………12 分