南京市、盐城市2023届高三年级第一次模拟考试

数　学

注意事项：

1. 本试卷考试时间为120分钟，试卷满分150分，考试形式闭卷.
2. 本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分.
3. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上.

1. 设$M=\{x|x=\frac{k}{2},k\in Z\}$，$N=\{x|x=k+\frac{1}{2},k\in Z\}$，则

A. $M\subsetneqq N$　　B. $N\subsetneqq M$　　C. $M=N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

2. 若$f(x)=x(x+1)(x+a)$ $(a\in R)$为奇函数，则a的值为

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. -1或1

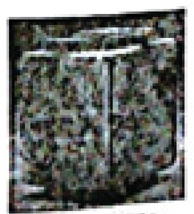
3. 某种品牌手机的电池使用寿命X(单位：年)服从正态分布$N(4,\sigma^2)(\sigma>0)$，且使用寿命不少于2年的概率为0.9，则该品牌手机电池至少使用6年的概率为

A. 0.9　　B. 0.7　　C. 0.3　　D. 0.1

4. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{6}$对称，则$\varphi$的值为

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

5. 三星堆古遗址作为“长江文明之源”，被誉为人类最伟大的考古发现之一.3号坑发现的神树纹玉琮，为今人研究古蜀社会中神树的意义提供了重要依据.玉琮是古人用于祭祀的礼器，有学者认为其外方内圆的构造，契合了古代“天圆地方”观念，是天地合一的体现.如图，假定某玉琮形状对称，由一个空心圆柱及正方体构成，且圆柱的外侧面内切于正方体的侧面，圆柱的高为12 cm，圆柱底面外圆周和正方体的各个顶点均在球O上，则球O的表面积为



(第5题图)

A. $72\pi\ cm^2$　　B. $162\pi\ cm^2$　　C. $216\pi\ cm^2$　　D. $288\pi\ cm^2$

6. 设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n.已知$S_{n+1}=2S_n+\frac{1}{2}$，$n\in N^*$，则$S_6=$

A. $\frac{31}{2}$　　B. 16　　C. 30　　D. $\frac{63}{2}$

7. 已知椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两条弦$AB$，$CD$相交于点$P$(点$P$在第一象限)，且$AB\perp x$轴，$CD\perp y$轴.若$PA:PB:PC:PD=1:3:1:5$，则椭圆$E$的离心率为

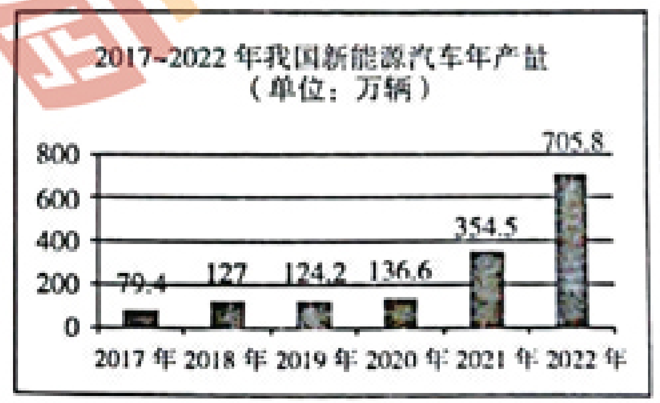
A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8. 设$a,b\in R$，$4^b=6^a-2^a$，$5^a=6^b-2^b$，则

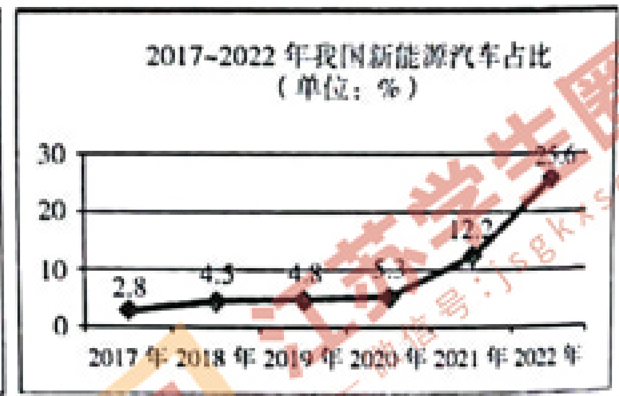
A. $1<a<b$　　B. $0<b<a$　　C. $b<0<a$　　D. $b<a<1$

二、选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.请把答案填涂在答题卡相应位置上.全部选对得5分，部分选对得2分，不选或有错选的得0分.

9. 新能源汽车包括纯电动汽车、增程式电动汽车、混合动力汽车、燃料电池电动汽车、氢发动机汽车等.我国的新能源汽车发展开始于21世纪初，近年来发展迅速，连续8年产销量位居世界第一.下面两图分别是2017年至2022年我国新能源汽车年产量和占比(占我国汽车年总产量的比例)情况，则



(第9题图1)



(第9题图2)

A. 2017～2022年我国新能源汽车年产量逐年增加

B. 2017～2022年我国新能源汽车年产量的极差为626.4万辆

C. 2022年我国汽车年总产量超过2700万辆

D. 2019年我国汽车年总产量低于2018年我国汽车年总产量

10. 已知z为复数，设z，$\bar{z}$，iz在复平面上对应的点分别为A,B,C，其中O为坐标原点，则

A. $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|$　　B. $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OC}$　　C. $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$　　D. $\overrightarrow{OB}/\!/\overrightarrow{AC}$

11. 已知点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，点 P 为圆 $C: x^2+y^2-6x-8y+17=0$ 上的动点，则

A. $\triangle PAB$ 面积的最小值为 $8-4\sqrt{2}$

B. AP 的最小值为 $2\sqrt{2}$

C. $\angle PAB$ 的最大值为 $\frac{5\pi}{12}$

D. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的最大值为 $8+4\sqrt{2}$

12. 已知 $f(\theta)=\cos 4\theta+\cos 3\theta$，且 $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ 是 $f(\theta)$ 在 $(0,\pi)$ 内的三个不同零点，则

A. $\frac{\pi}{7}\in\{\theta_1,\theta_2,\theta_3\}$　　B. $\theta_1+\theta_2+\theta_3=\pi$

C. $\cos\theta_1\cos\theta_2\cos\theta_3=-\frac{1}{8}$　　D. $\cos\theta_1+\cos\theta_2+\cos\theta_3=\frac{1}{2}$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上.

13. 编号为 1，2，3，4 的四位同学，分别就座于编号为 1，2，3，4 的四个座位上，每位座位恰好坐一位同学，则恰有两位同学编号和座位编号一致的坐法种数为___▲___.

14. 已知向量 a,b 满足 $|a|=2$，$|b|=3$，$a\cdot b=0$. 设 $c=b-2a$，则 $\cos\langle a,c\rangle=$___▲___.

15. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，点 P 是其准线上一点，过点 P 作 PF 的垂线，交 y 轴于点 A，线段 AF 交抛物线于点 B. 若 PB 平行于 x 轴，则 AF 的长度为___▲___.

16. 直线 $x=t$ 与曲线 $C_1: y=-e^x+ax\ (a\in\mathbf{R})$ 及曲线 $C_2: y=e^{-x}+ax$ 分别交于点 A,B. 曲线 C_1 在 A 处的切线为 l_1，曲线 C_2 在 B 处的切线为 l_2. 若 l_1,l_2 相交于点 C，则 $\triangle ABC$ 面积的最小值为___▲___.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_{n+1}-a_1a_2a_3\cdots a_n=d\ (n\in\mathbf{N}^*)$，则称数列 $\{a_n\}$ 为"泛等差数列"，常数 d 称为"泛差". 已知数列 $\{a_n\}$ 是一个"泛等差数列"，数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=a_1a_2a_3\cdots a_n-b_n$.

(1) 若数列 $\{a_n\}$ 的"泛差" $d=1$，且 a_1,a_2,a_3 成等差数列，求 a_1；

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 的"泛差" $d=-1$，且 $a_1=\frac{1}{2}$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项 b_n.

18.（本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$2c=b(\sin A-\cos A)$.

(1) 若 $\sin B=10\sin C$，求 $\sin A$ 的值；

(2) 在下列条件中选择一个，判断 $\triangle ABC$ 是否存在. 如果存在，求 b 的最小值；如果不存在，说明理由.

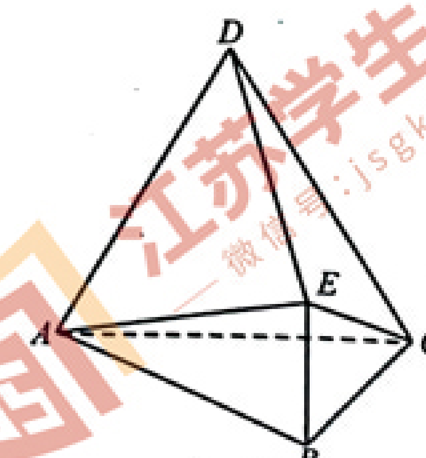
① $\triangle ABC$ 的面积 $S=\sqrt{2}+1$；② $bc=4\sqrt{2}$；③ $a^2+b^2=c^2$.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在多面体 $ABCDE$ 中，平面 $ACD\perp$ 平面 ABC，$BE\perp$ 平面 ABC，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 均为正三角形，$AC=4$，$BE=\sqrt{3}$.

(1) 在线段 AC 上是否存在点 F，使得 $BF\,/\!/$ 平面 ADE？说明理由；

(2) 求平面 CDE 与平面 ABC 所成的锐二面角的正切值.



（第 19 题图）

20.(本小题满分12分)

人工智能是研究用于模拟和延伸人类智能的技术科学，被认为是21世纪最重要的尖端科技之一，其理论和技术正在日益成熟，应用领域也在不断扩大. 人工智能背后的一个基本原理：首先确定先验概率，然后通过计算得到后验概率，使先验概率得到修正和校对，再根据后验概率做出推理和决策.

基于这一基本原理，我们可以设计如下试验模型：有完全相同的甲、乙两个袋子，袋子有形状和大小完全相同的小球，其中甲袋中有9个红球和1个白球，乙袋中有2个红球和8个白球. 从这两个袋子中选择一个袋子，再从该袋子中等可能摸出一个球，称为一次试验. 若多次试验直到摸出红球，则试验结束. 假设首次试验选到甲袋或乙袋的概率均为$\frac{1}{2}$(先验概率).

(1)求首次试验结束的概率；

(2)在首次试验摸出白球的条件下，我们对选到甲袋或乙袋的概率(先验概率)进行调整.

①求选到的袋子为甲袋的概率；

②将首次试验摸出的白球放回原来袋子，继续进行第二次试验时有如下两种方案：方案一，从原来袋子中摸球；方案二，从另外一个袋子中摸球.

请通过计算，说明选择哪个方案第二次试验结束的概率更大.

21.(本小题满分12分)

已知双曲线C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$的离心率为$\sqrt{2}$，直线$l_1$：$y=2x+4\sqrt{3}$与双曲线$C$仅有一个公共点.

(1)求双曲线C的方程；

(2)设双曲线C的左顶点为A，直线l_2平行于l_1，且交双曲线C于M，N两点，求证：$\triangle AMN$的垂心在双曲线C上.

22.(本小题满分12分)

已知$k\in\mathbf{R}$，函数$f(x)=3\ln(x+1)+\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}x+kx$，$x\in(-1,2)$.

(1)若$k=0$，求证：$f(x)$仅有1个零点；

(2)若$f(x)$有两个零点，求实数k的取值范围.