

SRS2023 届高三模拟测试 (第二次)

文科数学

本试卷共 4 页, 23 小题, 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上, 并在相应位置贴好条形码.
- 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案.
- 非选择题必须用黑色水笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来答案, 然后再写上新答案, 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.
- 考生必须保证答题卡整洁. 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回.

一. 选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$

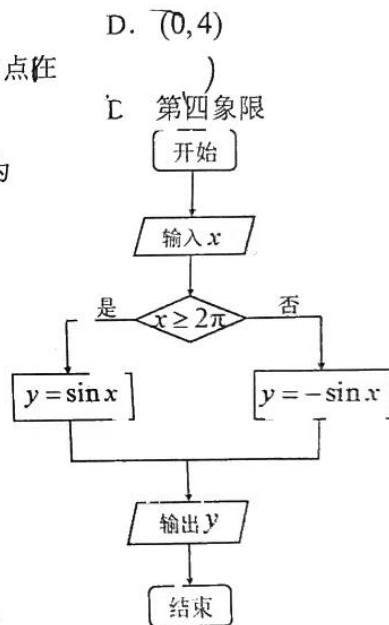
- A.  $[-1, 4)$       B.  $[-1, 4]$       C.  $[-1, 5]$       D.  $(0, 4)$

2. 已知复数  $z$  满足  $(z+i)i = 1+z$ , 则复数  $z$  在复平面内对应的点在

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

3. 执行如图所示的程序框图, 若输入  $x = \frac{7\pi}{3}$ , 则输出  $y$  的值为

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$   
C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$



4. 已知数列  $\{a_n\}$ , 若  $a_1 + a_{2n-1} = 4n - 6$ , 则  $a_7 =$

- A. 9      B. 11  
C. 13      D. 15

5. 已知  $a = \log_4 0.4$ ,  $b = \log_{0.4} 0.2$ ,  $c = 0.4^{0.2}$ , 则

- A.  $c > a > b$       B.  $c > b > a$   
C.  $b > c > a$       D.  $a > c > b$

6. 已知函数  $f(x) = 2^{\sin x}$ , 命题  $p: \exists x_1, x_2 \in (0, \pi)$ , 使得  $f(x_1) + f(x_2) = 2$ ,

命题  $q: \forall x_1, x_2 \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , 当  $x_1 < x_2$  时, 都有  $f(x_1) < f(x_2)$ , 则下列命题中为真命题的是

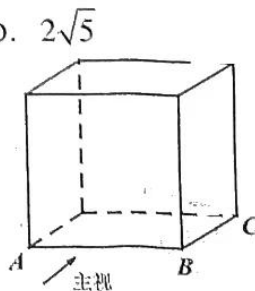
- A.  $p \vee q$       B.  $p \wedge q$       C.  $p \wedge (\neg q)$       D.  $(\neg p) \wedge (\neg q)$

7. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的准线为  $l$ , 点  $M$  是抛物线上一点, 若圆  $M$  过点  $A(3, 0)$ , 且与准线  $l$  相切, 则圆  $M$  与  $y$  轴相交所得弦长是

- A.  $2\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{3}$       C. 4      D.  $2\sqrt{5}$

8. 如图,  $A, B, C$  是正方体的顶点,  $AB = 2$ , 点  $P$  在正方体的表面上运动, 若三棱锥  $P-ABC$  的主视图、左视图的面积都是 1, 俯视图的面积为 2, 则三棱锥  $P-ABC$  的体积为

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{8}{3}$



9. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的积为  $T_n$ , 若  $a_n = \frac{n}{2n-5}$ , 则  $T_n$  的最大值为

- A.  $\frac{8}{3}$                       B. 2                      C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{1}{3}$

10. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a^2, b^2, c^2$  成等差数列, 且  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{b^2}{3}$ , 则  $\tan B =$

- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 2                      C.  $\frac{4}{3}$                       D.  $\frac{3}{4}$

11. 已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  的三个零点分别为  $1, x_1, x_2 (0 < x_1 < x_2)$ , 若函数  $f(x+1)$  为奇函数, 则  $f(2)$  的取值范围为

- A.  $[0, 1]$                       B.  $(0, 1)$                       C.  $(0, 2)$                       D.  $[0, 2]$

12. 已知  $M$  是圆  $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$  上的动点, 以点  $M$  为圆心,  $|OM|$  为半径作圆  $M$ , 设圆  $M$  与圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 则下列点中, 直线  $AB$  一定不经过

- A.  $(\frac{4}{5}, 0)$                       B.  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$                       C.  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$                       D.  $(0, \frac{5}{4})$

二. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

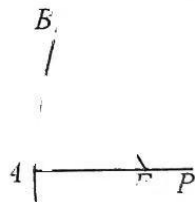
13.  $f(x)$  是以 2 为周期的函数, 若  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = 2^x$ , 则  $f(3) =$  \_\_\_\_\_.

14. 某红绿灯十字路口早上 9 点后的某分钟内 10 辆汽车到达路口的时间依次为 (单位: 秒):

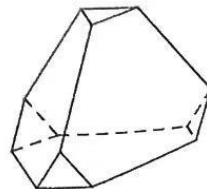
1, 2, 4, 7, 11, 16, 21, 29, 37, 46, 令  $A(i) (i = 1, 2, 3, \dots, 10)$  表示第  $i$  辆车到达路口的时间,

记  $B(i) = A(i) - A(i-1) (i = 2, 3, \dots, 10)$ , 则  $B(i)$  的方差为 \_\_\_\_\_.

15. 圆锥曲线都具有光学性质, 如双曲线的光学性质是: 从双曲线的一个焦点发出的光线, 经过双曲线反射后, 反射光线是发散的, 其反向延长线会经过双曲线的另一个焦点. 如图, 一镜面的轴截面图是一条双曲线的部分,  $AP$  是它的一条对称轴,  $F$  是它的一个焦点, 一光线从焦点  $F$  发出, 射到镜面上点  $B$ , 反射光线是  $BC$ , 若  $\angle PFB = 120^\circ$ ,  $\angle FBC = 90^\circ$ , 则该双曲线的离心率等于 \_\_\_\_\_.



16. 已知正四面体的棱长为  $2\sqrt{6}$ , 现截去四个全等的小正四面体, 得到如图的八面体, 若这个八面体能放进半径为  $\sqrt{6}$  的球形容器中, 则截去的小正四面体的棱长最小值为 \_\_\_\_\_.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

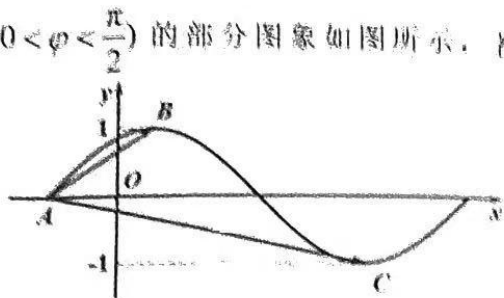
(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分) 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示，若

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 2,$$

(1) 求  $\omega$ ;

(2) 若  $f(2) - f(\frac{4}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\varphi$ .



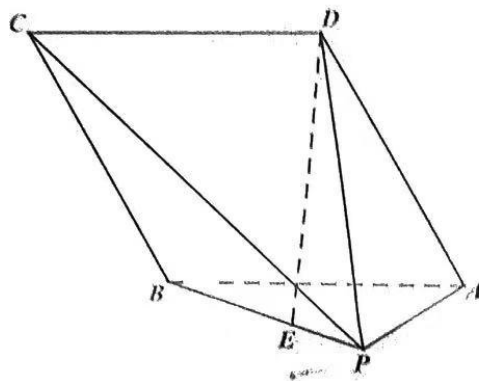
18. (12 分) 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，已知底面  $ABCD$  是边长为 4 的菱形，平面  $PAB \perp$  平面  $ABCD$ ,

且  $\angle PAB = \angle DAB = \frac{\pi}{3}$ ,  $PA \perp PB$ , 点  $E$  在线段  $PB$

上,  $BE = 2PE$ .

(1) 求证:  $AB \perp DE$ ;

(2) 求点  $E$  到平面  $PAD$  的距离.



19. (12 分) 一地质探测队为探测一矿中金属锂的分布情况，先设了 1 个原点，再确定了 5 个采样点，这 5 个采样点到原点距离分别为  $x_i$ , 其中  $x_i = i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ , 并得到了各采样点金属锂的含量  $y_i$ , 得到一组数据  $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, 4, 5$ , 经计算得到如下统计量的值:

$$\sum_{i=1}^5 y_i = 62, \quad \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 47, \quad \sum_{i=1}^5 u_i \approx 4.79, \quad \sum_{i=1}^5 (u_i - \bar{u})^2 \approx 1.615,$$

$$\sum_{i=1}^5 (u_i - \bar{u})(y_i - \bar{y}) \approx 19.38, \quad \text{其中 } u_i = \ln x_i, (i = 1, 2, 3, 4, 5).$$

(1) 利用相关系数判断  $y = a + bx$  与  $y = a + b \ln x$  哪一个更适宜作为  $y$  关于  $x$  的回归模型;

(2) 建立  $y$  关于  $x$  的回归方程.

参考公式: 回归方程  $y = a + bt$  中斜率、截距的最小二乘估计公式、相关系数公式分别为

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{v_y - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{t}, \quad r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{[\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2][\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2]}}$$

参考数据:  $\frac{19.38^2}{1.615} \approx 232.56$ .

20. (12分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦距为  $2\sqrt{3}$ , 左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ , 上顶点为  $B$ , 且  $\tan \angle A_1BO = 2$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 若过  $A_2$  且斜率为  $k$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  在第一象限相交于点  $Q$ , 与直线  $A_1B$  相交于点  $P$ , 与  $y$  轴相交于点  $M$ , 且  $|PA_2| \parallel |MQ| = 3|QA_2| \parallel |MP|$ , 求  $k$  的值.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = a(x^2 - 1) - \ln x (x > 0)$ .

(1) 若  $a = \frac{1}{2}$  时, 求函数  $f(x)$  的极值;

(2) 若  $0 < a < \frac{1}{2}$ , 设函数  $f(x)$  的较大的一个零点记为  $x_0$ , 求证:  $f'(x_0) < 1 - 2a$ .

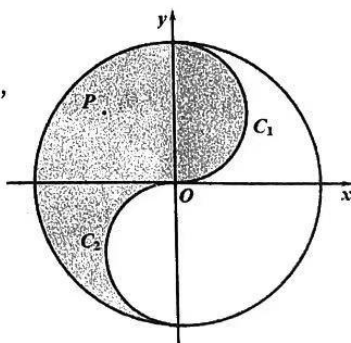
(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

“太极图”是关于太极思想的图示, 其形状如对称的阴阳两鱼互抱在一起, 也被称为“阴阳鱼太极图”. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, “太极图”是一个圆心为坐标原点, 半径为 4 的圆, 其中黑、白区域分界线  $C_1, C_2$  为两个圆心在  $y$  轴上的半圆,  $P(-2, 2)$  在太极图内, 以坐标原点为极点,  $x$  轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求点  $P$  的一个极坐标和分界线  $C_1$  的极坐标方程;

(2) 过原点的直线  $l$  与分界线  $C_1, C_2$  分别交于  $M, N$  两点, 求  $\triangle PMN$  面积的最大值.

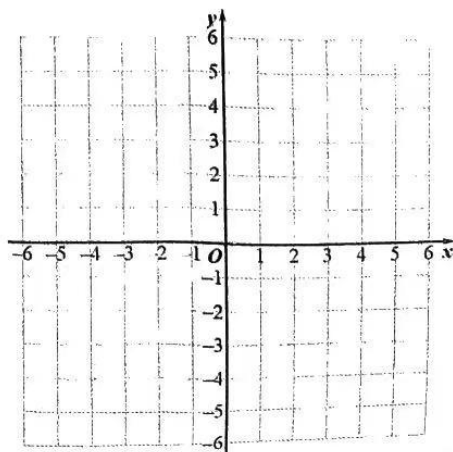


23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知  $f(x) = |x+1| - |2x-2|$ ,  $g(x) = a|x-b|$ .

(1) 在给出的直角坐标系中画出函数  $f(x)$  的图象;

(2) 若  $f(x) \geq g(x)$  在  $\mathbb{R}$  上恒成立, 求  $b-a$  的最小值.



密 封 线

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

