树德中学高2021级高三上学期10月阶段性测试数学(理科)试题

命题人：宁夏校区高三数学备课组　审题人：王钊　唐颖君　朱琨

一、选择题:本大题共12个小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{4,5\}$，$M=\{x|x=a+b,a\in A,b\in B\}$，则集合 M 的元素个数为(　　)

A. 7　　B. 6　　C. 5　　D. 4

2. 如果复数 $(m^2-3m)+(m^2-5m+6)\mathrm{i}$ 是纯虚数，则实数 m 的值为(　)

A. 0　　B. 2　　C. 0或3　　D. 2或3

3. 已知直线 l_1:$x-3y+2=0$,l_2:$3x-ay-1=0$,若 $l_1\perp l_2$，则实数 a 的值为(　)

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. -1

4. 已知平面 α,β,γ，直线 a,b,c，下列说法正确的是(　)

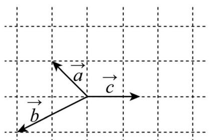
A. 若 $a\parallel\alpha$，$b\parallel\beta$，$a\parallel b$，则 $\alpha\parallel\beta$

B. 若 $a\perp\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则 $a\parallel\beta$

C. 若 $a\perp\alpha$，$b\parallel\beta$，$\alpha\parallel\beta$，则 $a\perp b$

D. 若 $\alpha\cap\gamma=a$，$\beta\cap\gamma=b$，$a\parallel b$，则 $\alpha\parallel\beta$

5. 向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 在边长为1的正方形网格中的位置如图所示，若 $\vec{e}$ 为与 $\vec{c}$ 同方向的单位向量，则 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{e}=$(　)



A. 1.5　　B. 2

C. -4.5　　D. -3

6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数，$3a_2+2a_3=a_4$，$\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $\frac{S_3}{a_2}=$(　)

A. 3　　B. $\frac{13}{3}$　　C. $\frac{7}{2}$　　D. 13

7. 要得到函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，可以将函数 $g(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{12}\right)$ 的图象(　)

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位　　B. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

C. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位　　D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

8. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(2x+2)$ 是奇函数，$f(x+1)$ 是偶函数，则一定有(　)

A. $f(-1)=0$　　B. $f(3)=0$　　C. $f(4)=0$　　D. $f(5)=0$

9. 阅读下段文字："已知 $\sqrt{2}$ 为无理数，若 $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 为有理数，则存在无理数 $a=b=\sqrt{2}$，使得 a^b 为有理数；若 $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 为无理数，则取无理数 $a=(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$，$b=\sqrt{2}$，此时 $a^b=((\sqrt{2})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}=(\sqrt{2})^{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=(\sqrt{2})^2=2$ 为有理数."依据这段文字可以证明的结论是(　)

A. $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 是有理数　　B. $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 是无理数

C. 存在无理数 a,b，使得 a^b 为有理数　　D. 对任意无理数 a,b，都有 a^b 为无理数

10. 一个盒子中装有 a 个黑球和 b 个白球(a,b 均为不小于2的正整数)，现从中先后无放回地取2个球．记"第一次取得黑球"为 A_1，"第一次取得白球"为 A_2，"第二次取得黑球"为 B_1，"第二次取得白球"为 B_2，则(　)

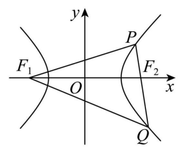
A. $P(A_1B_2)=\frac{ab}{(a+b)^2}$　　B. $P(A_2B_1)=\frac{b}{a+b}\cdot\frac{b-1}{a+b-1}$

C. $P(B_1|A_1)+P(B_2|A_1)<1$　　D. $P(B_2|A_1)+P(B_1|A_2)>1$

11. 如图，双曲线 E:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，过 F_2 的直线 l 与其右支交于 P，Q 两点，已知 $|PF_1|=2|PF_2|$ 且 $\angle PF_1F_2=\angle F_1QP$，则双曲线 E 的离心率为(　)

A. 3　　B. 2

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$



12. 已知函数 $f(x)=(x-3)^3+2x-6$，且 $f(2a-b)+f(6-b)>0(a,b\in\mathbf{R})$，则(　)

A. $\sin a>\sin b$　　B. $\mathrm{e}^a>\mathrm{e}^b$　　C. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　D. $a^{2024}>b^{2024}$

二、填空题(每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上)

13. 设命题 p:$\frac{2x-1}{x-1}<0$，命题 q:$x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant 0$，若 p 是 q 的充分不必要条件，则实数 a 的取值范围是_____________

14. 过点 $(2,2)$ 的直线 l 被圆 C: $x^2+(y+1)^2=16$ 所截得的弦长为整数，则满足条件的直线 l 有______条.

15. 已知多项式 $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$ 满足对任意 $\theta\in\mathbf{R}$，$f(\cos\theta)=2\cos4\theta+\cos3\theta$，则 $a_1-a_2+a_3-a_4=$_________(用数字作答).

16. 若曲线 $y=\frac{a}{x}(x>0)$ 与曲线 $y=2\ln x$ 存在公切线，则实数 a 的取值范围为__________.

三、解答题:共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第17－21题为必考题，每题满分12分，每个试题考生都必须作答．第22，23题为选考题，每题满分10分，考生根据要求作答．

(一)必考题：共60分.

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2=3$,$S_5=25$.

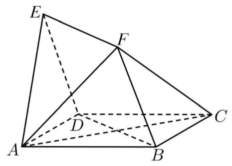
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=\frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}+\sqrt{a_n}}$，$T_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，求 T_n.

18．如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $BDEF$ 均为菱形，$\angle DAB=\angle DBF=60^\circ$，$FA=FC$.

(1) 求证：$AC\perp$ 平面 $BDEF$；

(2) 求二面角 $A-FC-B$ 的余弦值.



19．规定抽球试验规则如下：盒子中初始装有白球和红球各一个，每次有放回的任取一个，连续取两次，将以上过程记为一轮．如果每一轮取到的两个球都是白球，则记该轮为成功，否则记为失败．在抽取过程中，如果某一轮成功，则停止；否则，在盒子中再放入一个红球，然后接着进行下一轮抽球，如此不断继续下去，直至成功．

(1) 某人进行该抽球试验时，最多进行三轮，即使第三轮不成功，也停止抽球，记其进行抽球试验的轮次数为随机变量 X，求 X 的分布列和数学期望；

(2) 为验证抽球试验成功的概率不超过 $\frac{1}{2}$，有 1000 名数学爱好者独立的进行该抽球试验，记 t 表示成功时抽球试验的轮次数，y 表示对应的人数，部分统计数据如下：

t	1	2	3	4	5
y	232	98	60	40	20

求 y 关于 t 的回归方程 $\hat{y}=\frac{\hat{b}}{t}+\hat{a}$，并预测成功的总人数（精确到 1）；

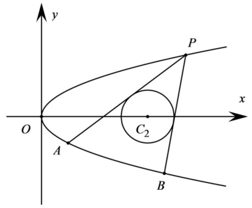
附：经验回归方程系数：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$；

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=1.46$，$\bar{x}=0.46$，$\bar{x}^2=0.212$（其中 $x_i=\frac{1}{t_i}$，$\bar{x}=\frac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5}x_i$）.

20．已知抛物线 C_1：$y^2=x$，圆 C_2：$(x-4)^2+y^2=1$.

(1) 求圆心 C_2 到抛物线 C_1 准线的距离；

(2) 已知点 P 是抛物线 C_1 上一点（异于原点），过点 P 作圆 C_2 的两条切线，交抛物线 C_1 于 A、B 两点，若直线 PC_2 的斜率为 k_1，直线 AB 的斜率为 k_2，$k_1\cdot k_2=-\frac{5}{24}$，求点 P 的坐标.



21．已知函数 $f(x)=(e^x-k)x^2$，$k>0$.

(1) 若 $k=2$，求函数 $f(x)$ 的极值点的个数；

(2) 是否存在正实数 k，使函数 $f(x)$ 的极值为 $2ek^2$，若存在，求出 k 的值，若不存在，说明理由.

(二) 选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），圆 C 的方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$．以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求直线 l 及圆 C 的极坐标方程；

(2) 若直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，求 $\cos\angle AOB$ 的值.

23．已知函数 $f(x)=|x-1|+|x-3|$.

(1) 解不等式 $f(x)\leqslant x+1$；

(2) 设函数 $f(x)$ 的最小值为 c，实数 a，b 满足 $a>0$，$b>0$，$a+b=c$，求证：$\frac{a^2}{a+1}+\frac{b^2}{b+1}\geqslant 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。