黑龙江省实验中学2019级高三学年第三次月考

数学试卷（理科）

满分：100分　　　　考试时间：90分钟

一、选择题（本大题共12小题，每小题4分，共48分）

1．已知全集$U=R$，集合$A=\{x\mid x^2-9\geq 0\}, B=\{x\mid \log_2 x\leq 2\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$（ ）

A．$(-3,3)$　　B．$[-3,3]$　　C．$(0,3)$　　D．$(0,3]$

2．下列函数既是奇函数又在$(-1,1)$上是增函数的是（　　）

A．$y=\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$　　B．$y=-\frac{2}{x}$　　C．$y=\ln\frac{2-x}{2+x}$　　D．$y=2^x-2^{-x}$

3．若$\left(2x+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$的展开式中所有项系数和为81，则该展开式的常数项为（　　）

A．10　　B．8　　C．6　　D．4

4．下列四个结论：

①命题“若$x^2-x-6=0$，则$x=3$”的逆否命题为“若$x\neq 3$，则$x^2-x-6\neq 0$”；

②“$x>2$”是“$x^2+x-6>0$”的必要不充分条件；

③$f(x)=x^2+x+a$在区间$(0,1)$上有零点，则实数a的取值范围是$(-2,0)$；

④对于命题p：存在$x_0\in\mathbf{R}$，使得$x_0^2+x_0+1<0$，则$\neg p$为：对任意$x\in\mathbf{R}$，均有$x^2+x+1\geq 0$．

其中，错误的结论的个数是（　　）

A．0个　　B．1个　　C．2个　　D．3个

5．函数$f(x)=x\ln x-ax$的图象在$x=1$处的切线方程为$x+y+b=0$，则$f(x)$的极小值为（　　）

A．e　　B．1　　C．-1　　D．$-e$

6．已知$f(x)=\lg\left(e^{|x|}+2\right)$，$a=2^{0.3}$，$b=\log_3 2$，$c=\log_2\frac{1}{4}$，则$f(a)$、$f(b)$、$f(c)$的大小关系为（　　）

A．$f(c)>f(a)>f(b)$　　B．$f(b)>f(a)>f(c)$

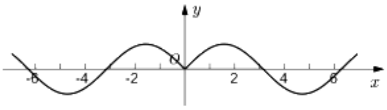
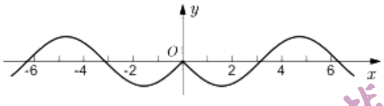
C．$f(a)>f(b)>f(c)$　　D．$f(c)>f(b)>f(a)$

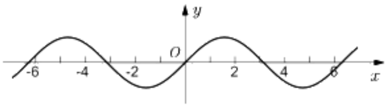
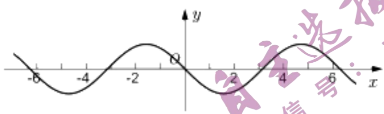
7．我国于2021年5月成功研制出目前国际上超导量子比特数量最多的量子计算原型机“祖冲之号”，操控的超导量子比特为62个.已知1个超导量子比特共有“$|0>$，$|1>$”2种叠加态，2个超导量子比特共有“$|00>$，$|01>$，$|10>$，$|11>$”4种叠加态，3个超导量子比特共有“$|000>$，$|001>$，$|010>$，$|011>$，$|100>$，$|101>$，$|110>$，$|111>$”8种叠加态，…，只要增加1个超导量子比特，其叠加态的种数就呈指数级增长.设62个

超导量子比特共有 N 种叠加态，则 N 是一个（　　）位的数.(参考数据：$\lg 2 \approx 0.3010$)

A．18　　B．19　　C．62　　D．63

8．函数 $f(x)=\left(\dfrac{2}{1+e^{x}}-1\right)\sin x$ 的图象大致是（　　）

A. 
B. 

C. 
D. 

9．设 $f'(x)$ 是偶函数 $f(x)(x\in R,\ x\neq 0)$ 的导数，$f(2)=0$，当 $x>0$ 时，$xf'(x)-f(x)<0$，则使 $f(x)>0$ 成立的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-2)\cup(0,2)$　　B．$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

C．$(-2,0)\cup(0,2)$　　D．$(-2,0)\cup(2,+\infty)$

10．现将包含甲乙在内的5名干部全部安排到3个村进行蹲点乡村振兴工作，每个村必须有1名干部，且甲乙必须去同一个村，则不同的选派方案共有（　　）

A．36种　　B．18种　　C．144种　　D．72种

11．已知函数 $f(x)=-x^{2}+a$，$g(x)=x^{2}e^{x}$，若对任意的 $x_2\in[-1,1]$，存在唯一的 $x_1\in\left[-\dfrac{1}{2},2\right]$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(e,4]$　　B．$\left(e+\dfrac{1}{4},4\right]$　　C．$\left(e+\dfrac{1}{4},4\right)$　　D．$\left(\dfrac{1}{4},4\right)$

12．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x+1}+1, x\le 0\\ |\log_2 x|, x>0\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $[f(x)]^{2}-2af(x)+2=0$ 有六个不相等的实数根，则实数 a 的取值范围是（　　）.

A．$\left(0,\dfrac{11}{6}\right]$　　B．$\left(1,\dfrac{11}{6}\right]$　　C．$\left[\sqrt{2},\dfrac{3}{2}\right]$　　D．$\left(\sqrt{2},\dfrac{3}{2}\right)$

二、填空题（本大题共4小题，每小题4分，共16分）

13．函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(6-x-x^{2})$ 的单调递增区间是________

14．甲、乙两同学参加"建党一百周年"知识竞赛，甲、乙获得一等奖的概率分别为 $\dfrac{1}{4}$、$\dfrac{1}{5}$，获得二等奖的概率分别为 $\dfrac{1}{2}$、$\dfrac{3}{5}$，甲、乙两同学是否获奖相互独立，则甲、乙两人至少有1人获奖的概率为__________.

15. 定义在实数集上的奇函数 $f(x)$ 恒满足 $f(1+x)=f(1-x)$，且 $x\in(-1,0)$ 时，$f(x)=2^x+\frac{1}{5}$，则 $f(\log_2 20)=$________________.

16. 已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}+k(\ln x-x)$，若函数 $f(x)$ 有唯一极值点，则实数 k 的取值范围是______.

三、解答题（本大题共 3 题，每题 12 分，共 36 分）

17.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\log_2 x$，$g(x)=ax^2-4x+1$.

（1）若函数 $y=f(g(x))$ 的定义域为 R，求实数 a 的取值范围；

（2）函数 $h(x)=f^2(x)-f(x^2)$，若对于任意的 $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$，都存在 $t\in[-1,1]$ 使得不等式 $h(x)>k\cdot 2^t-2$ 成立，求实数 k 的取值范围。

18.（本小题满分 12 分）

已知定义域为 R 的函数 $f(x)=\frac{h(x)+n}{-2h(x)-2}$ 是奇函数，其中 $h(x)$ 为指数函数且 $h(x)$ 的图象过点 $(2,4)$.

（1）求 $f(x)$ 的表达式；

（2）若对任意的 $t\in[-1,1]$．不等式 $f(t^2-2a)+f(at-1)\ge 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围。

19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(t+1)x+\ln x$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 单调性；

（2）若 $\forall x\in[1,e]$，不等式 $f(x)\ge 3x+\frac{2}{x}$ 恒成立，求实数 t 的取值范围。

数学月考答案：

1．C　2．D　3．B　4．B　5．D　6．A　7．B　8．B　9．C　10．A　11．B　12．D

13．$\left(-\frac{1}{2},2\right)$　14．$\frac{19}{20}$　15．-1　16．$(-\infty,e]$．

17．（1）$a>4$；（2）$k<2$．

解：（1）由题可知：对任意的$x\in\mathbf{R}$，$ax^2-4x+1>0$恒成立．

当$a=0$时，不合题意；当$a\neq 0$时，由$\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$，可得$\begin{cases}a>0\\ 16-4a<0\end{cases}$解得$a>4$，综上，$a>4$；

(2)由题意可得$k\cdot 2^t<h(x)+2=\log_2{}^2x-2\log_2x+2$在$x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$恒成立，

则$k\cdot 2^t<h(x)_{min}+2$在$t\in[-1,1]$有解，令$y=h(x)+2=\log_2{}^2x-2\log_2x+2$，

由$x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$，则$\log_2x\in[-1,1]$，则$y=\log_2{}^2x-2\log_2x+2=(\log_2x-1)^2+1\in[1,5]$，

所以$y_{\min}=1$，所以$k\cdot 2^t<h(x)_{\min}+2=1$在$t\in[-1,1]$有解，即$k<\frac{1}{2^t}$在$t\in[-1,1]$有解，

$\therefore k<\left(\frac{1}{2^t}\right)_{max}=2$，综上，实数$k$的取值范围$k<2$．

18．（1）$f(x)=\frac{-2^x+1}{2^{x+1}+2}$；（2）$[0,+\infty)$．

解：（1）由题意，设$h(x)=a^x$（$a>0$且$a\neq 1$），

因为$h(x)$的图象过点$(2,4)$，可得$a^2=4$，解得$a=2$，即$h(x)=2^x$，所以$f(x)=\frac{2^x+n}{-2^{x+1}-2}$，

又因为$f(x)$为R上的奇函数，可得$f(0)=0$，即$f(0)=\frac{2^0+n}{-2-2}=0$，解得$n=-1$，

经检验，符合$f(x)=-f(-x)$，所以$f(x)=\frac{-2^x+1}{2^{x+1}+2}$．

（2）由函数$f(x)=\frac{-2^x+1}{2^{x+1}+2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}$，可得$f(x)$在$R$上单调递减，

又因为$f(x)$为奇函数，所以$f(t^2-2a)\geq f(1-at)$，所以$t^2-2a\leq 1-at$，即$t^2+at-1-2a\leqslant 0$，

又因为对任意的$t\in[-1,1]$，不等式$f(t^2-2a)+f(at-1)\geq 0$恒成立，

令$g(t)=t^2+at-1-2a$，即$g(t)\leq 0$对任意的$t\in[-1,1]$恒成立，

可得$\begin{cases}g(-1)\leqslant 0\\ g(1)\leqslant 0\end{cases}$，即$\begin{cases}(-1)^2+a\times(-1)-1-2a\leqslant 0\\ 1^2+a-1-2a\leqslant 0\end{cases}$，解得$a\geqslant 0$，所以实数$a$的取值范围为$[0,+\infty)$．

19．（1）答案见解析；（2）$[4,+\infty)$．

解：（1）函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=t+1+\frac{1}{x}=\frac{(t+1)x+1}{x}$，

当$t\ge -1$时，$f'(x)>0$，所以函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；

当$t<-1$时，由$f'(x)>0$，得$x<\frac{-1}{t+1}$，函数$f(x)$在$\left(0,\frac{-1}{t+1}\right)$上单调递增．

由$f'(x)<0$，得$x>\frac{-1}{t+1}$，函数$f(x)$在$\left(\frac{-1}{t+1},+\infty\right)$上单调递减，

故有：当$t\ge -1$时，所以函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；

当$t<-1$时，函数$f(x)$在$\left(0,\frac{-1}{t+1}\right)$上单调递增，函数$f(x)$在$\left(\frac{-1}{t+1},+\infty\right)$上单调递减．

（2）不等式$f(x)\ge 3x+\frac{2}{x}$恒成立，即$(t+1)x+\ln x\ge 3x+\frac{2}{x}$，等价于$t\geqslant \frac{2}{x^2}-\frac{\ln x}{x}+2$，

由题意知，不等式$t\geqslant \frac{2}{x^2}-\frac{\ln x}{x}+2$，$\forall x\in[1,e]$恒成立，令$g(x)=-\frac{\ln x}{x}+\frac{2}{x^2}+2$，

则$g'(x)=-\frac{1-\ln x}{x^2}-\frac{4}{x^3}=\frac{x\ln x-x-4}{x^3}$，令$h(x)=x\ln x-x-4$，

则$f'(x)=\ln x\ge \ln 1=0$，所以$h(x)\le h(4)=4(\ln 4-2)<0$，

所以$g'(x)<0$，$\therefore g(x)$在$[1,e]$上是减函数，$\therefore t\ge g(x)_{\max}=g(1)=4$，

即实数t的取值范围是$[4,+\infty)$．