

2023 年南通市高二学年度质量监测

数 学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ ， $B = \{x | 0 < x < 4\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{x | -1 < x < 4\}$ B. $\{x | -3 < x < 1\}$ C. $\{x | 0 < x < 3\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$
2. 已知 $(1-i)z = 1+i$ ，则 $|z| =$
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
3. 从 5 件不同的礼物中选出 3 件分别送给 3 名同学，则不同的送法共有
A. 240 种 B. 125 种 C. 120 种 D. 60 种
4. 若一组数据 1, 1, a , 4, 5, 5, 6, 7 的 25 百分位数是 2，则 $a =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 已知 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点， M 是 BC 的中点，若 $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{PA} + y\overrightarrow{PB} + z\overrightarrow{PC}$ ，则
A. $x + y + z = 0$ B. $x + y + z = 1$ C. $x - y - z = 1$ D. $x - y - z = -1$
6. 若 $3^a = b^3 = 2$ ，则
A. $b < a < 2$ B. $b < 2 < a$ C. $a < 2 < b$ D. $a < b < 2$
7. 已知圆台的上、下底面半径分别为 1 和 2，用一个平行于底面的平面去截圆台，截得上、下两部分的体积之比为 14:13，则截面半径为
A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{40}{27}$ D. $\frac{41}{27}$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x|x-2|, & x \geq 0, \\ ax, & x < 0, \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - f(-x)$ 有五个零点, 则实数 a 的取值范围是
- A. $(-\infty, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(-\infty, -2)$ D. $(-2, 0)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $(x-2)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$, 则
- A. $a_0 = 1$ B. $a_4 = 60$
- C. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = -63$ D. $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = \frac{3^6 - 1}{2}$
10. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 则
- A. 平面 $AB_1C \parallel$ 平面 DA_1C_1 B. $BD_1 \perp$ 平面 AB_1C
- C. A_1D 与 AC 所成角为 60° D. BD_1 与平面 BCC_1B_1 所成角为 45°
11. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, $f(x+2) = -f(x)$, 当 $0 < x \leq 1$ 时, $f(x) = x$, 则
- A. $f(-3) = f(-1)$ B. $f(-\frac{1}{2}) = f(\frac{5}{2})$
- C. $f(7) < f(8)$ D. $f(x) \geq f(3)$
12. 某农业种植基地在三块实验地种植同一品种的苹果, 甲地块产出苹果中一级果个数占 75%, 乙地块产出苹果中一级果个数占 60%, 丙地块产出苹果中一级果个数占 80%. 已知甲、乙、丙地块产出的苹果个数之比为 2:5:3, 现将三个地块产出的苹果混放一堆, 则下列说法正确的是
- A. 任取一个苹果是甲地块产出的概率为 0.2
- B. 任取一个苹果是甲地块产出的一级果的概率为 0.75
- C. 任取一个苹果是一级果的概率为 0.69
- D. 如果取到的一个苹果是一级果, 则其是由甲地块产出的概率为 $\frac{5}{23}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如果随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$ ，且 $P(X \leq 0) = 0.2$ ，则 $P(X \leq 4) =$ _____.
14. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, -2)$ ， $\mathbf{b} = (m, 1)$ ，若 $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} + \mathbf{b})$ ，则实数 $m =$ _____.
15. 已知正四棱锥的底面边长和侧棱长分别为 4 和 $2\sqrt{5}$ ，其所有面都与同一个球相切，则该球的表面积为_____.
16. 已知直线 l 与曲线 $y = e^{x-2}$ 和 $y = \ln x$ 都相切，请写出符合条件的两条直线 l 的方程：_____，_____。（对一空得 2 分，对两空得 5 分）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

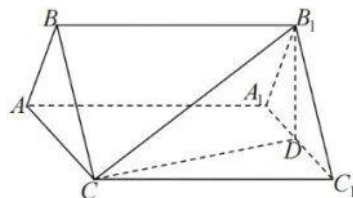
有 8 个相同的小球，上面分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, “从中任取一个小球，球的数字是奇数”记为事件 A ，“从中任取一个小球，球的数字是 3 的倍数”记为事件 B .

- (1) 试判断 A, B 是否为相互独立事件，并说明理由；
(2) 求 $P(A+B)$.

18. (12 分)

如图，在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， D 为 A_1C_1 的中点.

- (1) 求证： $CD \perp B_1D$ ；
(2) 若 $AA_1 = 2, AB = \sqrt{2}$ ，求点 B 到平面 B_1CD 的距离.



19. (12 分)

已知函数 $f(x) = 4^x + m \cdot 2^x$ ， $m \in \mathbf{R}$.

- (1) 若 $m = -3$ ，解关于 x 的不等式 $f(x) > 4$ ；
(2) 若函数 $y = f(x) + f(-x)$ 的最小值为 -4 ，求 m 的值.

20. (12分)

“使用动物做医学实验是正确的，这样做能够挽救人的生命”。一机构为了解成年人对这种说法的态度（态度分为同意和不同意），在某市随机调查了200位成年人，得到如下数据：

| | 男性 | 女性 | 合计 |
|-----|-----|-----|-----|
| 同意 | 70 | 50 | 120 |
| 不同意 | 30 | 50 | 80 |
| 合计 | 100 | 100 | 200 |

(1) 能否有99%的把握认为成年人对该说法的态度与性别有关？

(2) 将频率视为概率，用样本估计总体。若从该市成年人中，随机抽取3人了解其对该说法的态度，记抽取的3人中持同意的人数为 X ，求 X 的分布列和数学期望。

附： $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，

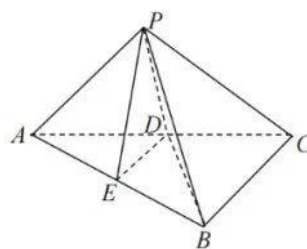
| $P(\chi^2 \geq x_0)$ | 0.025 | 0.010 | 0.005 |
|----------------------|-------|-------|-------|
| x_0 | 5.024 | 6.635 | 7.879 |

21. (12分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AC \perp BC$ ， D 是 AC 的中点， E 是 AB 上一点， $AC \perp$ 平面 PDE 。

(1) 证明： $DE \parallel$ 平面 PBC ；

(2) 若 $AC = BC = 4$ ， $PD = PE = 2$ ，求二面角 $D-PB-E$ 的正弦值。



22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1-ax}{e^x}$ ， $a \in \mathbf{R}$ 。

(1) 当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 当 $x \geq 0$ 时， $f(x) \geq 1-2x$ ，求 a 的取值范围。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

