

2022-2023 学年度第二学期第二次月考 高二数学（文科）试题

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{2,3,4,5,6\}$ ，集合 $M = \{2,3,4\}$ ， $N = \{4,5\}$ ，则 $M \cap (C_U N) = ()$

- A. $\{2,3\}$ B. $\{2\}$ C. $\{3\}$ D. $\{3,4\}$

2. 在命题“若 $x+y$ 是奇数，则 x, y 都是奇数”的逆命题、否命题、逆否命题中，真命题的个数为 $()$

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

3. 设 $\alpha \in \{-1, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$ ，则使函数 $y = x^\alpha$ 的定义域为 \mathbf{R} 且为奇函数的所有 α 值为 $()$

- A. $-1, 1$ B. $1, 3$ C. $1, 2, 3$ D. $\frac{1}{2}, 1, 3$

4. 生物学家为了了解抗生素对生态环境的影响，常通过检测水中生物体内抗生素的残留量来进行判断。已知水中某生物体内抗生素的残留量 y (单位:mg) 与时间 t (单位:年) 近似满足关系式 $y = \lambda(1 - 3^{-2t})$ ， $\lambda \neq 0$ 。其中 λ 为抗生素的残留系数，当 $t = 8$ 时， $y = \frac{8}{9}\lambda$ ，则 $\lambda = ()$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 已知 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是奇函数，且 $f(x+4) = f(x)$ ，当 $x \in (0,2)$ 时， $f(x) = 2x^2$ ，则 $f(7) = ()$

- A. -2 B. 2 C. -98 D. 98

6. 在下列区间中，函数 $f(x) = e^x + 4x - 3$ 的零点所在的区间为 $()$

- A. $(-\frac{1}{4}, 0)$ B. $(0, \frac{1}{4})$ C. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

7. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度，所得图象与曲线 $y = e^x$ 关于 y 轴对称，则

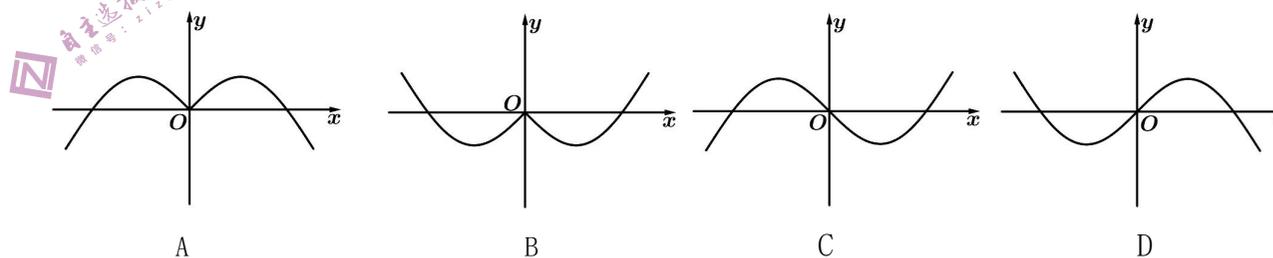
$f(x) = ()$

- A. e^{x+1} B. e^{-x-1} C. e^{-x+1} D. e^{x-1}

8. 已知 $a = 2^{\frac{4}{3}}$ ， $b = 3^{\frac{2}{3}}$ ， $c = 25^{\frac{1}{3}}$ ，则 $()$

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$
C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

9. 函数 $f(x) = (1 - \frac{2}{1+e^x})\cos x$ 的部分图象大致为 $()$



10. 不等式“ $x^2 + 2x - m \geq 0$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上恒成立”的一个充分不必要条件是 $()$

- A. $m < -1$ B. $m > 4$ C. $2 < m < 3$ D. $-1 < m < 2$

11. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ，则下列说法错误的是 $()$

- A. $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} B. $f(x)$ 的值域是 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
C. $f(x)$ 是奇函数 D. $f(x)$ 在区间 $(0,2)$ 上单调递增

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\lg x|, & 0 < x \leq 10 \\ -\frac{1}{2}x + 6, & x > 10 \end{cases}$ ，若 a, b, c 互不相等，且 $f(a) = f(b) = f(c)$ ，

则 abc 的取值范围是 $()$

- A. $(1,10)$ B. $(5,6)$ C. $(10,12)$ D. $(20,24)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $2^{\log_2 3} + \lg 4 + 2\lg 5 =$ _____.

14. 函数 $f(x) = x^2 - 2\ln x$ 的单调递减区间是_____.

15. 曲线 $y = 3(x^2 + x)e^x$ 在 $(0,0)$ 处的切线方程为_____.

16. 设 $f(x) = \lg\left(\frac{2}{1-x} + a\right)$ 是奇函数，则使 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分) 甲、乙两城之间的长途客车均由 A 和 B 两家公司运营，为了解这两家公司长途客车的运行情况，随机调查了甲、乙两城之间的 500 个班次，得到下面列联表：

	准点班次数	未准点班次数
A	240	20
B	210	30

- (1) 根据上表，分别估计这两家公司甲、乙两城之间的长途客车准点的概率；
 (2) 能否有 90% 的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关？

参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$.

参考数据：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010
k_0	2.706	3.841	6.635

18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为零的等差数列， $a_2 + a_4 = 14$ ，且 a_1, a_2, a_6 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c \sin B = b \sin \frac{A+B}{2}$.

- (1) 求 C ；
 (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$ ，求 c 的取值范围.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x + ax + b$ (e 是自然对数的底数) 过坐标原点， $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的唯一极值点.

- (1) 求 a, b 的值；
 (2) 若不等式 $f(x) > mx - 1$ 在 $x \in [\frac{1}{e}, e]$ 上恒成立，求正实数 m 的取值范围.

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线 l

与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 直线 l 的倾斜角为 45° , F_1 到直线 l 的距离为 $\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的焦距;

(2) 若 $\overrightarrow{AF_2} = 3\overrightarrow{F_2B}$, 求椭圆 C 的方程.

(二) 选考题, 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

22. (10分) 已知直线 l 的参数方程 $\begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的非

负半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 + 3\rho^2 \sin^2 \theta = 4$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 已知直线 l 与曲线 C 相交于 P, Q 两点, 点 M 的直角坐标为 $(-1, 0)$, 求 $\|MP\| - \|MQ\|$.

[选修 4-5: 不等式选讲]

23. (10分) 已知函数 $f(x) = |x - a| + |2x + 4|$.

(1) 若 $a = 1$, 求不等式 $f(x) \leq 9$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \geq |x + 2| + 5$, 求 a 的取值范围.