

试卷类型：A

2022 年深圳市高三年级第二次调研考试

数 学

2022. 4

本试卷共 6 页，22 小题，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

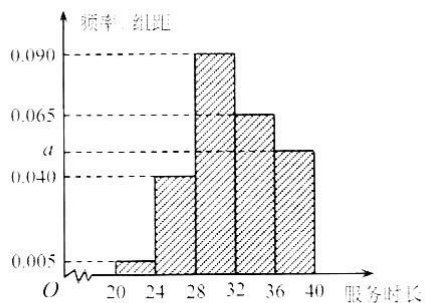
注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的签字笔在答题卡指定位置填写自己的学校、姓名和考生号，并将条形码正向准确粘贴在答题卡的贴条形码区，请保持条形码整洁，不污损。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答案涂在答题卡相应的位置上。
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液，不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将答题卡交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x < 1\}$ ， $B = \{x | x(x-2) < 0\}$ ，则 $A \cup B =$
 A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(0, +\infty)$
2. 已知复数 z 满足 $z \cdot i = 3 + 4i$ ，其中 i 为虚数单位，则 $|z| =$
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
3. 已知点 $A(0, 1)$ ， $B(2, 3)$ ，向量 $\overrightarrow{BC} = (-3, 1)$ ，则向量 $\overrightarrow{AC} =$
 A. $(1, -2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(1, -3)$ D. $(-1, 3)$

4. 深圳是一座志愿者之城、爱心之城，深圳市卫健委为了解防疫期间志愿者的服务时长（单位：小时），对参加过防疫的志愿者随机抽样调查，将样本中个体的服务时长进行整理，得到如图所示的频率分布直方图。据此估计，7.2 万名参加过防疫的志愿者中服务时长超过 32 小时的约有
 A. 3.3 万人 B. 3.4 万人
 C. 3.8 万人 D. 3.9 万人

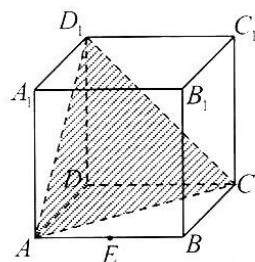


(第 4 题图)

5. 已知一个球的表面积在数值上是它的体积的 $\sqrt{3}$ 倍, 则这个球的半径是
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$
6. 若 $x = \frac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x) = \cos \omega x (\omega \neq 0)$ 图象的对称轴, 则 $f(x)$ 的最小正周期的最大值是
A. π B. 2π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$
7. 已知 $a > 0$, 若过点 (a, b) 可以作曲线 $y = x^3$ 的三条切线, 则
A. $b < 0$ B. $0 < b < a^3$ C. $b > a^3$ D. $b(b - a^3) = 0$
8. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作直线 l , 交抛物线于 A, B 两点, 若 $|FA| = 3|FB|$, 则直线 l 的倾斜角等于
A. 30° 或 150° B. 45° 或 135° C. 60° 或 120° D. 与 p 值有关

二、多项选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分。

9. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 AB 的中点, 则下列条件中, 能使直线 $EF \parallel$ 平面 ACD_1 的有



(第9题图)

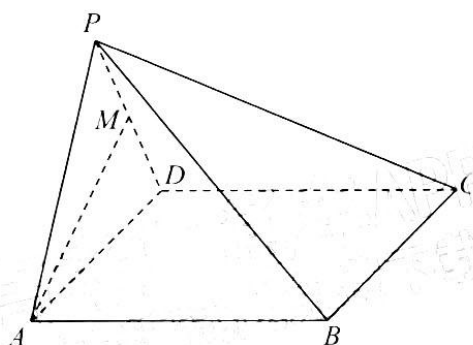
- A. F 为 AA_1 的中点
B. F 为 BB_1 的中点
C. F 为 CC_1 的中点
D. F 为 A_1D_1 的中点
10. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(0, 1)$, 密度函数 $f(x) = P(X \leq x)$, 若 $x > 0$, 则
A. $f(-x) = 1 - f(x)$ B. $f(2x) = 2f(x)$
C. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 D. $P(|X| \leq x) = 2f(x) - 1$
11. 已知 $(2-x)^8 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$, 则
A. $a_0 = 2^8$ B. $a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 1$
C. $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_8| = 3^8$ D. $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 8a_8 = -8$
12. P 是直线 $y = 2$ 上的一个动点, 过点 P 作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的两条切线, A, B 为切点, 则
A. 弦长 $|AB|$ 的最小值为 $\sqrt{3}$ B. 存在点 P , 使得 $\angle APB = 90^\circ$
C. 直线 AB 经过一个定点 D. 线段 AB 的中点在一个定圆上

18. (12分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a+c=2b\cos A$.

- (1) 证明: $B=2A$;
- (2) 当 $a=4, b=6$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

19. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 侧面 PAD 是正三角形, M 是侧棱 PD 的中点, 且 $AM \perp$ 平面 PCD .

- (1) 求证: 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$;
- (2) 求 AM 与平面 PBC 所成角的正弦值.



(第19题图)

20. (12分) 2022年北京冬奥会后,由一名高山滑雪运动员甲组成的专业队,与两名高山滑雪爱好者乙、丙组成的业余队进行友谊比赛.约定赛制如下:业余队中的两名队员轮流与甲进行比赛,若甲连续赢两场则专业队获胜;若甲连续输两场则业余队获胜;若比赛三场还没有决出胜负,则视为平局,比赛结束.

已知各场比赛相互独立,每场比赛都分出胜负,且甲与乙比赛,乙赢的概率为 $\frac{1}{3}$;甲与丙比赛,丙赢的概率为 p ,其中 $\frac{1}{3} < p < \frac{1}{2}$.

(1) 若第一场比赛,业余队可以安排乙与甲进行比赛,也可以安排丙与甲进行比赛.请分别计算两种安排下业余队获胜的概率;若以获胜概率大为最优决策,问:业余队第一场应该安排乙还是丙与甲进行比赛?

(2) 为了激励专业队和业余队,赛事组织规定:比赛结束时,胜队获奖金3万元,负队获奖金1.5万元;若平局,两队各获奖金1.8万元.

在比赛前,已知业余队采用了(1)中的最优决策与甲进行比赛,设赛事组织预备支付的奖金金额共计 X 万元,求 X 的数学期望 $E(X)$ 的取值范围.

21. (12分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 经过点 $M(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 且焦距 $|F_1F_2| = 2\sqrt{3}$, 线段 AB , CD 分别是它的长轴和短轴.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 若 $N(s, t)$ 是平面上的动点, 从下面两个条件中选一个, 证明: 直线 PQ 经过定点.

① $s = 1, t \neq \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 NA , NB 与椭圆 E 的另一交点分别为 P , Q ;

② $t = 2, s \in \mathbf{R}$, 直线 NC , ND 与椭圆 E 的另一交点分别为 P , Q .

22. (12分) 设函数 $f(x) = xe^x - ax^2 - 2ax + 2a^2 - a$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $f(x)$ 存在小于零的极小值时, 若 $x_1, x_2 \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $f(\sin x_1) < f(x_1 \cos x_2)$,

证明: $x_1 > x_2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

