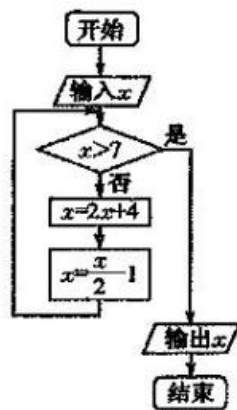




- A. 若  $m \perp l, n \perp l$ , 则  $m \parallel n$                       B. 若  $m \perp \beta, m \parallel \alpha$ , 则  $\alpha \perp \beta$   
 C. 若  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \beta$                       D. 若  $\alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = n, m \parallel n$ , 则  $\alpha \parallel \beta$
7. 已知在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $a : c = 2 : \sqrt{3}, B = 30^\circ$ , 则角  $C$  的大小是  
 A.  $75^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $60^\circ$
8. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的一个顶点坐标为  $(-3, 0)$ , 且该双曲线的离心率是  $\frac{\sqrt{10}}{3}$ , 则  $b =$   
 A. 1                      B. 2                      C.  $\pm 1$                       D.  $\pm 2$
9. 已知向量  $\mathbf{a} = (3, 4)$ , 若  $\lambda \mathbf{a} = (3\lambda, 2\mu)$  ( $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$ , 且  $\mu \neq 0$ ), 则  $\frac{\lambda^2}{\mu^2} =$   
 A. 4                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D. 2

10. 若执行如图所示的程序框图, 且输入  $x$  的值为 0, 则输出  $x$  的值为  
 A. 9  
 B. 8  
 C. 7  
 D. 6



11. 若实数  $x, y$  满足不等式组  $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0, \\ x + y - 4 \leq 0, \\ x - 3y + 3 \leq 0, \end{cases}$  则  $4x + 8y$  的最大值为  
 A. 28                      B. 23                      C. 4                      D. 1

12. 已知  $F$  是抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点, 斜率为  $-2$  且经过焦点  $F$  的直线  $l$  交该抛物线于  $M, N$  两点, 若  $|MN| = \frac{5}{2}$ , 则该抛物线的方程是  
 A.  $y^2 = x$                       B.  $y^2 = 2x$   
 C.  $y^2 = 4x$                       D.  $y^2 = 6x$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13.  $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$  的二项展开式中的常数项是\_\_\_\_\_。(用数字作答)
14. 函数  $y = xe^{2x}$  的图象在点  $(1, m)$  处切线的方程为\_\_\_\_\_.
15. 已知半径为  $R$  的球放在房屋的墙角处, 球与围成墙角的三个两两互相垂直的面都相切, 若球心到墙角顶点的距离是  $\sqrt{3}$ , 则球的体积是\_\_\_\_\_.
16. 已知点  $A(-2, 0), B(2, 0)$ , 若圆  $(x-a)^2 + (y-3)^2 = 4$  上存在点  $P$ , 使得  $\angle APB = 90^\circ$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = n^2 - n$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

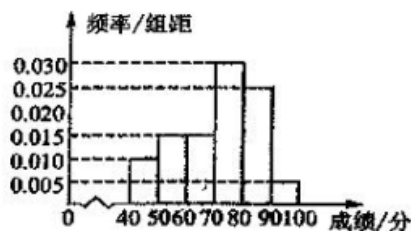
(2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $a_n + \log_3 n = \log_3 b_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和.

18. (12 分)

某中学选取 20 名优秀学生参加数学知识竞赛, 将他们的成绩(单位: 分)分成范围为  $[40, 50)$ ,  $[50, 60)$ ,  $[60, 70)$ ,  $[70, 80)$ ,  $[80, 90)$ ,  $[90, 100]$ , 共 6 组, 得到频率分布直方图如图所示.

(1) 若将成绩大于或等于 80 分视为高分, 试求参加竞赛学生成绩的高分率;

(2) 若从参加竞赛的学生中随机抽取 2 人, 抽到的学生成绩在范围  $[40, 70)$  记 0 分, 在范围  $[70, 100]$  记 1 分, 用  $X$  表示被抽取得 2 名学生的总记分, 求  $X$  的分布列和数学期望.

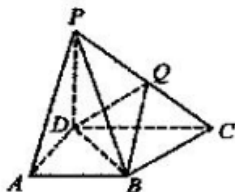


19. (12 分)

已知在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AD \perp DC$ ,  $AB \parallel DC$ ,  $DC = 2AB$ ,  $Q$  为  $PC$  的中点.

(1) 求证:  $BQ \parallel$  平面  $PAD$ ;

(2) 若  $PD = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ ,  $BC \perp BD$ , 求二面角  $Q-BD-P$  的余弦值.



20. (12分)

已知以椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的顶点为顶点的四边形面积是  $4\sqrt{3}$ , 且其离心率为  $\frac{1}{2}$ ;

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(2) 设直线  $l$  经过椭圆  $C$  的右焦点  $F$ , 且交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 证明:  $3|AB| = 4|AF| \times |BF|$ .

21. (12分)

已知函数  $f(x) = e^x(ax-1), g(x) = a(x-1), a \in \mathbf{R}$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若存在  $x \in (-\infty, 0)$ , 使得  $f(x) < g(x)$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

已知在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程是  $\begin{cases} x = -t, \\ y = t + 4 \end{cases}$  ( $t$  是参数), 以原点  $O$  为极点, 以  $x$  轴的非负半轴为极轴, 且取相同的单位长度建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程  $\rho = 6\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程与曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设  $M(x, y)$  为曲线  $C$  上任意一点, 求  $x+y$  的取值范围.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |2x+1| - |2x-2|$ .

(1) 求不等式  $f(x) < 0$  的解集;

(2) 若  $f(x) \leq a-2$  对任意的  $x \in \mathbf{R}$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》