



2021 届高三模拟考试

试卷类型: A

数学试题

2021.04

本试卷满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | y = \ln x\}$, $B = \{y \in \mathbb{Z} | y = 2\sin x\}$, 则 $A \cap B =$

A. $(0, 2]$ 1 2

B. $[0, 2]$ 6

C. $\{1, 2\}$

D. $\{0, 1, 2\}$ 1

2. 命题 " $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 - 1 \in \mathbb{Q}$ " 的否定为

~~A. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 - 1 \notin \mathbb{Q}$~~

~~B. $\forall n \notin \mathbb{N}, n^2 - 1 \in \mathbb{Q}$~~

C. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 - 1 \notin \mathbb{Q}$

D. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 - 1 \in \mathbb{Q}$

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x+\ln 2}, & x \leq 0, \\ f(x-3), & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(2021) =$

A. $\frac{2}{e}$

B. $2e$

C. $\frac{2}{e^2}$

D. $2e^2$

4. 已知点 $(1, 1)$ 在抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上, 则 C 的焦点到其准线的距离为

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

高三数学试题 第 1 页 (共 6 页)

5. 大数学家欧拉发现了一个公式: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, i 是虚数单位, e 为自然对数的底数. 此公式被誉为“数学中的天桥”. 根据此公式, $(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})^{2022} =$

(注: 底数是正实数的实数指数幂的运算律适用于复数指数幂的运算)

- A. 1 B. -1 C. i D. -i

6. 若 $x^6 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + a_3(x+1)^3 + \dots + a_6(x+1)^6$, 则 $a_3 =$

- A. 20 B. -20 C. 15 D. -15

7. 医用口罩由口罩面体和拉紧带组成, 其中口罩面体分为内、中、外三层. 内层为亲肤材质(普通卫生纱布或无纺布), 中层为隔离过滤层(超细聚丙烯纤维熔喷材料层), 外层为特殊材料抑菌层(无纺布或超薄聚丙烯熔喷材料层). 根据国家质量监督检验标准,

医用口罩的过滤率是重要的指标, 根据长期生产经验, 某企业在生产线状态正常情况下生产的医用口罩的过滤率 $x \sim N(0.9372, 0.0139^2)$. 若 $x \sim N(\mu, \sigma^2) (\sigma > 0)$, 则 $P(\mu - 2\sigma < x \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545$, $P(\mu - 3\sigma < x \leq \mu + 3\sigma) = 0.9973$. $0.97725^{50} \approx 0.3164$.

有如下命题:

甲: $P(x \leq 0.9) < 0.5$; 乙: $P(x < 0.4) > P(x > 1.5)$; 丙: $P(x > 0.9789) = 0.00135$;

丁: 假设生产状态正常, 记 X 表示一天内抽取的 50 只口罩中过滤率大于 $\mu + 2\sigma$ 的数量, 则 $P(X \geq 1) \approx 0.6$. 其中假命题是

- 择非 A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

8. 已知椭圆 C 与双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 有相同的左焦点 F_1 、右焦点 F_2 , 点 P 是两曲线的一个交点, 且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$. 过 F_2 作倾斜角为 45° 的直线交 C 于 A, B 两点(点 A 在 x 轴的上方), 且 $\overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{AF_2}$, 则 λ 的值为

- A. $3 + \sqrt{3}$ B. $3 + \sqrt{2}$ C. $2 + \sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $a > 0, b > 0, a + b^2 = 1$, 则

- A. $a + b < \frac{5}{4}$ B. $a - b > -1$ C. $\sqrt{a} \cdot b \leq \frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{a}}{b-2} \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. 已知函数 $f(x) = |\sin x| + \sqrt{3} |\sin(x - \frac{\pi}{2})|$, 则 ()

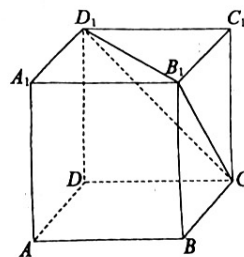
- A. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的最小值是 1
- B. $f(x)$ 的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$
- C. 直线 $x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ 是 $f(x)$ 图象的对称轴
- D. 直线 $y = \frac{2}{\pi}x$ 与 $f(x)$ 的图象恰有 2 个公共点

11. 列昂纳多·斐波那契 (Leonardo Fibonacci, 1170—1250 年) 是意大利数学家, 1202 年斐波那契在其代表作《算盘书》中提出了著名的“兔子问题”, 于是得斐波那契数列, 斐波那契数列可以如下递推的方式定义: 用 $F(n) (n \in \mathbb{N}^*)$ 表示斐波那契数列的第 n 项, 则数列 $\{F(n)\}$ 满足: $F(1) = F(2) = 1, F(n+2) = F(n+1) + F(n)$. 斐波那契数列在生活中有着广泛的应用, 美国 13 岁男孩 Aidan Dwyer 观察到树枝分叉的分布模式类似斐波那契数列, 因此猜想可按其排列太阳能电池, 找到了能够大幅改良太阳能科技的方法. 苹果公司的 Logo 设计, 电影《达芬奇密码》等, 均有斐波那契数列的影子. 下列选项正确的是 ()

- A. $[F(8)]^2 = F(7)F(9) + 1$
- B. $F(1) + F(2) + \dots + F(6) + 1 = F(8)$
- C. $F(2) + F(4) + \dots + F(2n) = F(2n+1) - 2$
- D. $[F(1)]^2 + [F(2)]^2 + \dots + [F(n)]^2 = F(n) \cdot F(n+1)$

12. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 P 是 $\triangle B_1CD_1$ 内部 (不包括边界) 的动点. 若 $BD \perp AP$, 则线段 AP 长度的可能取值为 ()

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- B. $\frac{6}{5}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$



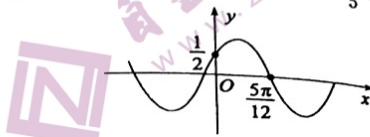
高三数学试题 第 3 页 (共 6 页)

18. (本小题满分 12 分)

若 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, $f(0) = \frac{1}{2}, f(\frac{5\pi}{12}) = 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 若 $A > B, f(\frac{A-B}{2} - \frac{\pi}{12}) = \frac{3}{5}$, 求 $\cos \frac{A-B}{2}$, 并证明 $\sin A > \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

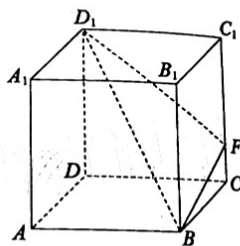


19. (本小题满分 12 分)

如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 F 在棱 CC_1 上, 过 B, D_1, F 三点的正方体的截面 α 与直线 AA_1 交于点 E .

(1) 找到点 E 的位置, 作出截面 α (保留作图痕迹), 并说明理由;

(2) 已知 $CF = a$, 求 α 将正方体分割所成的上半部分的体积 V_1 与下半部分的体积 V_2 之比.



20. (本小题满分 12 分)

天问一号火星探测器于 2021 年 2 月 10 日成功被火星捕获, 实现了中国在深空探测领域的技术跨越. 为提升探测器健康运转的管理水平, 西安卫星测控中心组织青年科技人员进行探测器遥控技能知识竞赛, 已知某青年科技人员甲是否做对每个题目相互独立, 做对 A, B, C 三道题目的概率以及做对时获得相应的奖金如表所示.

题目	A	B	C
做对的概率	0.8	0.6	0.4
获得的奖金/元	1 000	2 000	3 000

规则如下: 按照 A, B, C 的顺序做题, 只有做对当前题目才有资格做下一题.

(1) 求甲获得的奖金 X 的分布列及均值;

(2) 如果改变做题的顺序, 获得奖金的均值是否相同? 如果不同, 你认为哪个顺序获得奖金的均值最大? (不需要具体计算过程, 只需给出判断)

21. (本题满分 12 分)

已知动点 M 与两个定点 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$ 的距离的比为 $\frac{1}{2}$, 动点 M 的轨迹为曲线 C .

(1) 求 C 的轨迹方程, 并说明其形状;

(2) 过直线 $x=3$ 上的动点 $P(3, p)$ ($p \neq 0$) 分别作 C 的两条切线 PQ 、 PR (Q 、 R 为切点), N 为弦 QR 的中点, 直线 $l: 3x+4y=6$ 分别与 x 轴、 y 轴交于点 E 、 F , 求 $\triangle NEF$ 的面积 S 的取值范围.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \cos x + 1 - e^{\frac{\pi}{2}-x}$, 且 $f'(\frac{\pi}{2}) = 0$.

(1) 求实数 a 的值, 并判断 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的单调性;

(2) 对确定的 $k \in \mathbf{N}^*$, 求 $f(x)$ 在 $[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \pi]$ 上的零点个数.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》