

高一考试数学试卷参考答案

1. A $z=(2+i)^2+i=4+4i-1+i=3+5i$, 则复数 $z=(2+i)^2+i$ 的虚部为 5.

2. B 由 α 与 $-\alpha$ 的终边关于 x 轴对称, 可知若 α 是第二象限角, 则 $-\alpha$ 是第三象限角, 所以 $-\frac{\pi}{2}$ $-\alpha$ 是第二象限角.

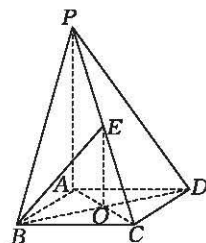
3. D 由 $(a+b) \perp b$, 可得 $(a+b) \cdot b=0$, 即 $a \cdot b+b^2=0$, 所以 $6-2m+8=0$, 解得 $m=7$.

4. C 过点 P 只能作一个平面与 α 平行, 过点 P 可以作无数条直线与 α 平行, 过点 P 只能作一条直线与 α 垂直, 过点 P 可以作无数个平面与 α 垂直.

5. C 因为 $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}]$, 所以 $2\omega x \in [-\frac{\pi\omega}{2}, \frac{\pi\omega}{3}]$. 由题可知 $-\frac{\pi\omega}{2} = -\frac{2\pi}{3}$, 解得 $\omega = \frac{4}{3}$.

6. A $a = \cos \frac{3\pi}{10} = \sin \frac{\pi}{5} < \sin 1 < \tan 1$, 所以 $a < b < c$.

7. D 连接 AC, BD , 设 $AC \cap BD = O$, 则 O 是 AC, BD 的中点, 连接 OE , 由于 E 是 PC 的中点, 所以 $OE \parallel PA$, 则 $\angle BEO$ 为异面直线 BE 与 PA 所成的角, $OE = \frac{1}{2}PA = 2, BO = \sqrt{2}$,



由于 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $OE \perp$ 平面 $ABCD$, 则 $\tan \angle BEO = \frac{BO}{EO} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

8. B 由题意得 $\angle CBD = 180^\circ - 69^\circ - 37^\circ = 74^\circ$, $\angle ACB = 64^\circ$. 在 $\triangle BCD$ 中, 由 $\frac{BC}{\sin \angle CDB} = \frac{CD}{\sin \angle CBD}$, 得 $BC = \frac{CD \sin \angle CDB}{\sin \angle CBD} = \frac{37.6 \sin 37^\circ}{\sin 74^\circ} = \frac{37.6 \sin 37^\circ}{2 \sin 37^\circ \cos 37^\circ} = \frac{18.8}{\cos 37^\circ} = 23.5$, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC \tan 64^\circ = 47$ m.

9. ABD 设 $z = a + bi$, 则 $\bar{z} = a - bi$, 由 $z + 2\bar{z} = 6 + i$, 可得 $z + 2\bar{z} = 3a - bi = 6 + i$, 所以 $\begin{cases} 3a=6, \\ -b=1, \end{cases}$ 解得 $a=2, b=-1$, 因此 $z=2-i$, A 正确; $\frac{z}{1-2i} = \frac{2+i}{1-2i} = \frac{(2+i)(1+2i)}{5} = i$, 为纯虚数, B 正确; $|z| = \sqrt{5}$, C 错误; $z=2-i$, 其在复平面内对应的点为 $(2, -1)$, 在第四象限, D 正确. 故选 ABD.

10. BCD $f(x) = \sin x \cos x = \frac{\sin 2x}{2}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$; 又 $f(-x) = \frac{\sin(-2x)}{2} = -\frac{\sin 2x}{2} = -f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数; 令 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 解得 $-\frac{\pi}{4} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[-\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi], k \in \mathbf{Z}$, 令 $k=1$, 得 $f(x)$ 的其中一个单调递增区间为 $[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$; $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{2}$. 故选 BCD.

11. BC 由题意得 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}ab\sin C = \frac{3\sqrt{15}}{2}$. 因为 C 为锐角, 所以 $\cos C = \sqrt{1 - \sin^2 C}$

$$= \frac{1}{4}. \text{ 由余弦定理得 } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C = 19, \text{ 所以 } c = \sqrt{19}, \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{2\sqrt{19}}{19}.$$

12. BCD 由题意得该圆锥的母线长为 4, 设圆锥的底面半径为 R , 高为 h , 由

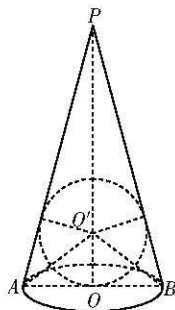
$$2\pi R = 4 \times \frac{\pi}{2}, \text{ 得 } R = 1, \text{ 则 } h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{15}, \text{ 所以该圆锥的表面积为 } \pi R^2$$

$+ \pi Rl = 5\pi$. 如图, 圆锥 PO 内切球的半径等于 $\triangle PAB$ 内切圆的半径, 设

$\triangle PAB$ 的内切圆为圆 O' , 其半径为 r , 由 $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PAO'} + S_{\triangle PBO'} + S_{\triangle ABO'}$, 得

$$\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{15} = \frac{1}{2} \times 4r + \frac{1}{2} \times 4r + \frac{1}{2} \times 2r, \text{ 得 } r = \frac{\sqrt{15}}{5}, \text{ 故能制作的零件体积}$$

$$\text{的最大值为 } \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4\sqrt{15}\pi}{25}.$$



13. $\frac{\sqrt{3}}{7}$ 因为 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, 且 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{13}}{13}$, 所以 $\sin \theta = -\sqrt{1 - \cos^2 \theta} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$,

$$\text{所以 } \tan \theta = 2\sqrt{3}, \text{ 则 } \tan(\theta - \frac{\pi}{3}) = \frac{\tan \theta - \tan \frac{\pi}{3}}{1 + \tan \theta \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}}{1 + 6} = \frac{\sqrt{3}}{7}.$$

14. 7 因为 $|z_1| \leq 2$, 所以点 Z_1 组成的集合是圆心在原点, 半径为 2 的圆及其内部. Z_2 的坐标为 $(3, -4)$. 所以 $|\overrightarrow{Z_1 Z_2}|$ 的最大值为 $\sqrt{3^2 + (-4)^2} + 2 = 5 + 2 = 7$.

15. $\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$ 设角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 由题可知 $\frac{a}{\sin A} = 2$, 则 $a = \sqrt{2}$. $S_{\triangle ABC} =$

$$\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{3\sqrt{2}}{4}, \text{ 则 } bc = 3, \text{ 由余弦定理得 } 2 = b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc, \text{ 则 } b^2 + c^2 = 2 + \sqrt{2}bc. |\overrightarrow{AD}|^2 =$$

$$\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})^2 = \frac{1}{4}(c^2 + b^2 + \sqrt{2}bc) = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{2}bc) = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}.$$

16. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AD, AB, AA_1 与平面 A_1BD 所成的角是相等的, 所

以水平面平行于平面 A_1BD , 又水平面恰好经过 BB_1 的中点, 则水平面截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$

所得的截面是过棱的中点的正六边形, 且边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以其面积 $S = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times$

$$(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

17. 解: (1) $|a - 3b|^2 = a^2 - 6a \cdot b + 9b^2 = 8$, 即 $a \cdot b = \frac{1}{3}$, 2 分

$$\text{则 } \cos \langle a, b \rangle = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{1}{3}. \text{ 4 分}$$

(2) 由题可知 $\frac{a \cdot c}{|a|} = -2$, 则 $a \cdot c = -2$, 6 分

$$\frac{c \cdot (a-3b)}{|a-3b|} = \sqrt{2}, \text{ 则 } c \cdot (a-3b) = 4, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } b \cdot c = -2. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$18. \text{ 解: (1) 由 } \cos(\frac{\pi}{6} - \theta) = 1 - \sin \theta, \text{ 可得 } \frac{3}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta = 1, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{则 } \sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta) = \sqrt{3} \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = 1, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 则 } \cos(\frac{4\pi}{3} + 2\theta) = -\cos(\frac{\pi}{3} + 2\theta) = -\cos[2(\frac{\pi}{6} + \theta)] = 2\sin^2(\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$-1 = 2 \times (\frac{\sqrt{3}}{3})^2 - 1 = -\frac{1}{3}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 因为 } \theta \in (0, \frac{\pi}{2}), \text{ 所以 } \theta + \frac{\pi}{6} \in (\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}), \text{ 又 } \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 则 } \theta + \frac{\pi}{6} \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}), \text{ 所}$$

$$\text{以 } \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{6}}{3}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\sin \theta = \sin(\theta + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}) = \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) \cos \frac{\pi}{6} - \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) \sin \frac{\pi}{6} = \frac{3 - \sqrt{6}}{6}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$19. \text{ 证明: (1) 如图, 取 } AB \text{ 的中点 } O, \text{ 连接 } PO, CO. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because P \text{ 为 } A_1B \text{ 的中点}, \therefore PO \parallel AA_1, PO = \frac{1}{2} AA_1, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{又 } QC \parallel AA_1, QC = \frac{1}{2} AA_1,$$

$$\therefore PO \parallel QC, \text{ 且 } PO = QC, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{ 四边形 } OPQC \text{ 是平行四边形}, \therefore PQ \parallel OC. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because OC \subset \text{平面 } ABC, PQ \not\subset \text{平面 } ABC, \therefore PQ \parallel \text{平面 } ABC. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \because O \text{ 为 } AB \text{ 的中点, 且 } \triangle ABC \text{ 为正三角形},$$

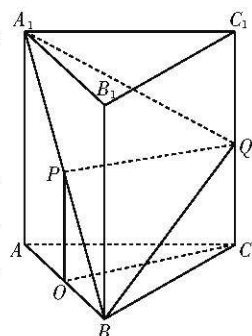
$$\therefore OC \perp AB. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because AA_1 \perp \text{平面 } ABC, \therefore AA_1 \perp OC, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{又 } AA_1 \cap AB = A, \therefore OC \perp \text{平面 } AA_1B_1B. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\because PQ \parallel OC, \therefore PQ \perp \text{平面 } AA_1B_1B. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{又 } PQ \subset \text{平面 } A_1BQ, \therefore \text{平面 } A_1BQ \perp \text{平面 } AA_1B_1B. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



$$20. \text{ 解: (1) 设 } f(x) \text{ 的最小正周期为 } T, \text{ 因为 } A(-\frac{1}{6}, 0), B(\frac{1}{3}, M),$$

$$\text{所以 } T = 4(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) = 2, \text{ 则 } x_0 = -\frac{1}{6} + \frac{3}{4}T = \frac{4}{3}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{AB} = (\frac{1}{2}, M), \overrightarrow{AC} = (\frac{3}{2}, -M),$$

又 $AB \perp AC$, 所以 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{3}{4} - M^2 = 0$, 解得 $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 4 分

将点 B 的坐标代入 $f(x)$, 可得 $\pi \times \frac{1}{3} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 解得 $\varphi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$,

因为 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{6}$, 所以 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\pi x + \frac{\pi}{6})$ 6 分

(2) 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{1}{3}$ 个单位长度后, 可得 $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin[\pi(x - \frac{1}{3}) + \frac{\pi}{6}] = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\pi x - \frac{\pi}{6})$ 的图象, 再将得到的图象上各点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变, 得到 $g(x) =$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin(2\pi x - \frac{\pi}{6})$ 的图象. 8 分

由 $x \in [0, \frac{1}{2}]$, 可得 $2\pi x - \frac{\pi}{6} \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$, 9 分

所以 $\sin(2\pi x - \frac{\pi}{6}) \in [-\frac{1}{2}, 1]$, 11 分

所以 $g(x)$ 在 $[0, \frac{1}{2}]$ 上的值域为 $[-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ 12 分

21. 解: (1) 若选择条件①.

由正弦定理, 得 $2\cos A(c\cos B + b\cos C) = 2\cos A(\sin C\cos B + \sin B\cos C) = 2\cos A\sin(B + C) = \sin A$, 2 分

即 $2\cos A\sin(\pi - A) = 2\cos A\sin A = \sin A$, 3 分

因为 $A \in (0, \pi)$, 所以 $\cos A = \frac{1}{2}$, 4 分

则 $A = \frac{\pi}{3}$ 5 分

若选择条件②.

因为 $\sqrt{3}a\sin C - b = c - a\cos C$, 由正弦定理可得 $\sqrt{3}\sin A\sin C - \sin B = \sin C - \sin A\cos C$, 即 $\sqrt{3}\sin A\sin C + \sin A\cos C = \sin C + \sin(A + C)$, 2 分

所以 $\sqrt{3}\sin A\sin C = \sin C + \sin C\cos A$, 3 分

因为 $\sin C > 0$, 所以 $\sqrt{3}\sin A = 1 + \cos A$, 所以 $2\sin(A - \frac{\pi}{6}) = 1$, 4 分

又因为 $0 < A < \pi$, 所以 $A = \frac{\pi}{3}$ 5 分

(2) 由余弦定理, 可得 $\cos A = \frac{1}{2} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, 则 $bc = b^2 + c^2 - a^2$, 7 分

所以 $bc - c^2 = b^2 - a^2$, 则 $\frac{bc - c^2}{a^2} = \frac{b^2 - a^2}{a^2} = (\frac{b}{a})^2 - 1$, 8 分

由正弦定理, 得 $\frac{b}{a} = \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sin B$, 9 分

因为 $A = \frac{\pi}{3}, B + C = \frac{2\pi}{3}, 0 < B < \frac{\pi}{2}, 0 < C < \frac{\pi}{2}$,

所以 $\frac{\pi}{6} < B < \frac{\pi}{2}, \frac{1}{2} < \sin B < 1$, 11 分

所以 $\frac{b}{a} \in (\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}), \frac{bc-c^2}{a^2} \in (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$, 即 $\frac{bc-c^2}{a^2}$ 的取值范围为 $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ 12 分

22. (1) 证明: 设 AA_1, BB_1, CC_1 的延长线交于点 M , 因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 为正三棱台, 所以 $M-ABC$ 为正三棱锥, 即 $MA=MB=MC$, 设 BC 的中点为 G , 连接 AG, MG , 设 $MG \cap B_1C_1 = H$, 易知 H 为 B_1C_1 的中点, 2 分

所以 $MG \perp BC, AG \perp BC$, 3 分

又 $MG \cap AG = G$, 所以 $BC \perp$ 平面 MAG , 4 分

因为 $AA_1 \subset$ 平面 MAG , 所以 $AA_1 \perp BC$ 5 分

(2) 解: 连接 A_1H , 设 $AG \cap EF = D$,

因为 $AA_1 \subset$ 平面 MAG , 平面 $MAG \cap$ 平面 $\alpha = HD, AA_1 \parallel$ 平面 α , 所以 $AA_1 \parallel DH$ 7 分

同理可得 $EF \parallel B_1C_1$, 所以 $EF \parallel BC$, 又 $BC \not\subset$ 平面 α , 所以 $BC \parallel$ 平面 α , 8 分

易知 $A_1H \parallel AD$, 所以 A_1ADH 为平行四边形,

则 $AD = A_1H = \sqrt{3}, AA_1 = DH = \sqrt{13}, DG = \sqrt{3}$ 9 分

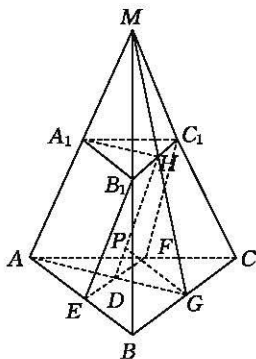
由 $AB = 2A_1B_1 = 4, AA_1 = \sqrt{13}$, 可得 $HG = 2\sqrt{3}$.

过点 G 作 GP 垂直 HD , 交 HD 于点 P , 在 $\triangle HDG$ 中, $\cos \angle HGD = \frac{3+12-13}{2 \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{3}} = \frac{1}{6}$,

利用等面积法得 $GP = \frac{\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{1 - (\frac{1}{6})^2}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{13}}$, 10 分

因为 $BC \parallel$ 平面 α , 所以点 B 到平面 α 的距离 $d = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{13}}$ 11 分

所以直线 BB_1 与平面 α 所成角的正弦值为 $\frac{d}{BB_1} = \frac{\sqrt{35}}{13}$ 12 分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线