

## 高三理科数学

### 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知  $i$  是虚数单位，复数  $\frac{1+i}{(1-i)^2}$  的虚部为

~~A.  $-\frac{1}{2}i$~~

B.  $-\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{2}i$

~~D.  $\frac{1}{2}$~~

2. 已知集合  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 - 4x - 5 < 0\}$ ,  $B = \{x | 4^x > 2^m\}$ , 若  $A \cap B$  有三个元素，则实数  $m$  的取值范围是

~~A.  $[2, 4)$~~

B.  $[1, 2)$

C.  $(2, 4]$

~~D.  $[3, 6)$~~

3. 某人从甲地去乙地共走了 600 m，途经一条宽为  $x$  m 的河流，该人不小心把一件物品丢在途中，若物品掉在河里就找不到，若物品不掉在河里，则能找到，已知该物品能被找到的概率为  $\frac{2}{3}$ ，则河宽为

A. 100 m

~~B. 120 m~~

C. 160 m

~~D. 200 m~~

$P(A) = \frac{1}{3}$

4. 设  $a = 3^{\frac{2}{3}}$ ,  $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$ ,  $c = 3^{\frac{1}{3}}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是

~~A.  $a > c > b$~~

B.  $a > b > c$

~~C.  $c > a > b$~~

D.  $b > c > a$

5. 旅游体验师小李受某旅游网站邀约，决定对甲、乙、丙、丁这四个景区进行体验式旅游，若甲景区不能最先旅游，乙景区和丁景区不能最后旅游，则小李旅游的方法数为  $m$ ，那么二项式  $(1+mx^2)^8$  的展开式中  $x^2$  的系数为

A. 60

~~B. 80~~

C. 2800

D. 4500

6. 若  $f(\sin \theta) = 3 - \cos 2\theta$ , 则  $f(\cos \theta)$  等于

~~A.  $3 + \cos 2\theta$~~

B.  $3 - \cos 2\theta$

~~C.  $3 - \sin \theta$~~

D.  $3 + \cos \theta$

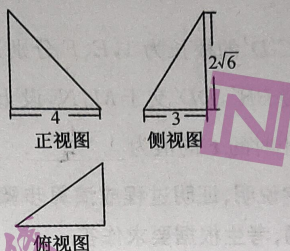
2022/02/21 22:03

【高三理科数学 第 1 页(共 4 页)】

7. 明朝程大位的《算法统宗》中有首依等算钞歌：“甲乙丙丁戊己庚，七人钱本不均分，甲乙念三七钱钞，念六一钱戊己庚，惟有丙丁钱无数，要依等第数分明，请问先生能算者，细推详算莫差争。”大意是：“现有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人，他们手里钱不一样多，依次成等差数列，已知甲、乙两人共 237 钱，戊、己、庚三人共 261 钱，求各人钱数。”根据题目的已知条件，乙有

- A. 122 钱                      B. 115 钱                      C. 108 钱                      D. 107 钱

8. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的最长棱的长为



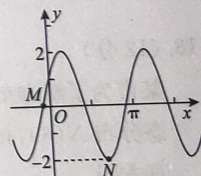
- A. 10                              B. 9                              C. 8                              D. 7

9. 已知  $M$  是抛物线  $C: y^2 = -4x$  上的一点， $F$  为抛物线  $C$  的焦点，以  $MF$  为直径的圆与  $y$  轴相切于点  $(0, \sqrt{3})$ ，则点  $M$  的横坐标为

- A. -2                              B. -3                              C. -4                              D.  $-2\sqrt{3}$

10. 已知函数  $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如下图所示，若  $M(-\frac{\pi}{12}, 0)$ ， $N(\frac{2\pi}{3}, -2)$ ，将函数  $f(x)$  的图象向左平移  $\frac{5\pi}{6}$  个单位长度后得到函数  $g(x)$  的图象，则函数  $g(x)$  的单调递增区间为

- A.  $[-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{6} + 2k\pi]$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )  
 B.  $[-\frac{2\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi]$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )  
 C.  $[-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi]$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )  
 D.  $[-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi]$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )



11. 已知点  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点，以  $F_1F_2$  为直径作圆与双曲线的右支交于点  $P$ ，若  $|PF_1| = \frac{1}{2}(|PF_2| + |F_1F_2|)$ ，则双曲线的离心率为

- A. 3                              B. 4                              C. 5                              D. 6

12. 若点  $P$  是曲线  $y = \frac{3}{2}x^2 - 2\ln x$  上任意一点，则点  $P$  到直线  $y = x - 3$  的距离的最小值为

- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$                               B.  $\frac{7\sqrt{2}}{4}$                               C.  $\sqrt{2}$                               D.  $\sqrt{5}$

2022/02/21 22:03

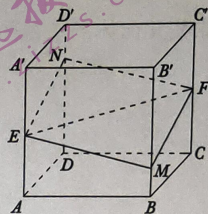
二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x < -2, \\ 3^x - x, & x \geq -2, \end{cases}$  则  $f(-4) + f(-1) =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知向量  $m = (2a, a+1)$ ,  $n = (0, a)$ , 若  $(m+2n) \perp (m-2n)$ , 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ , 则数列  $\{na_n\}$  的前9项和为 \_\_\_\_\_.

16. 如图所示, 正方体  $ABCD-A'B'C'D'$  的棱长为1,  $E, F$  分别是棱  $AA', CC'$  的中点, 过直线  $EF$  的平面分别与棱  $BB', DD'$  交于  $M, N$ , 设  $BM = x, x \in [0, 1]$ , 则使得四边形  $MENF$  的面积最小时的  $x$  的值为 \_\_\_\_\_.



三、解答题:共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (12分)

已知  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边,  $2\sin \frac{7\pi}{6} \sin(\frac{\pi}{6} + C) + \cos C = -\frac{1}{2}$ .

(1)求  $C$ ;

(2)若  $c = \sqrt{13}$ , 且  $\triangle ABC$  面积为  $3\sqrt{3}$ , 求  $\sin A + \sin B$  的值.

18. (12分)

某市为了解本市2万名学生的汉字书写水平, 在全市范围内进行了汉字听写考试, 发现其成绩服从正态分布  $N(69, 49)$ , 现从某校随机抽取了50名学生, 将所得成绩整理后, 绘制出如图所示的频率分布直方图.

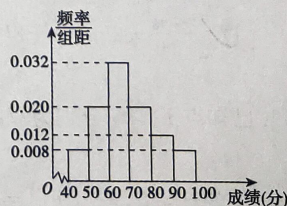
(1)估算该校50名学生成绩的平均值(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(2)求这50名学生成绩在  $[80, 100]$  内的人数;

(3)现从该校50名考生成绩在  $[80, 100]$  的学生中随机抽取两人, 该两人成绩排名(从高到低)在全市前26名的人数记为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望.

参考数据: 若  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6828$ ,

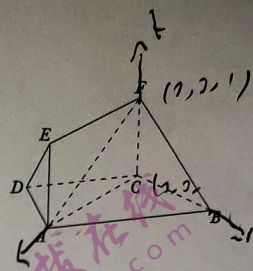
$P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544, P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$ .



19. (12分)

如图,在四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle BCD = \frac{2\pi}{3}$ , 四边形  $ACFE$  为矩形, 且  $CF \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AD = CD = BC = CF$ .

- (1) 求证:  $EF \perp$  平面  $BCF$ ;  
(2) 求二面角  $A-FB-C$  的余弦值.



20. (12分)

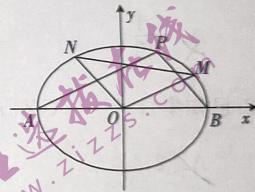
已知函数  $f(x) = 2\ln x + x^2 - ax$ .

- (1) 当  $a = 5$  时, 求  $f(x)$  的单调区间;  
(2) 设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  是曲线  $y = f(x)$  图象上的两个相异的点, 若直线  $AB$  的斜率  $k > 1$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

21. (12分)

如图, 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $(1, \frac{\sqrt{6}}{2})$ , 且离心率等于  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 点  $A, B$  分别为椭圆  $C$  的左、右顶点,  $M, N$  是椭圆  $C$  上不同于顶点的两点, 且  $MN$  与  $x$  轴不垂直.

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;  
(2) 过点  $A$  作  $AP \parallel OM$  交椭圆  $C$  于点  $P$ , 若  $BP \parallel ON$ , 求  $\triangle OMN$  的面积.



(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的方程是  $y = 8$ , 圆  $C$  的方程为  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ , 以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求直线  $l$  和圆  $C$  的极坐标方程;  
(2) 射线  $OM: \theta = \alpha$  (其中  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) 与圆  $C$  交于  $O, P$  两点, 将射线  $OM$  逆时针旋转  $\frac{\pi}{2}$  与直线  $l$  交于点  $Q$ , 求  $\frac{|OP|}{|OQ|}$  的取值范围.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |2x - 3| + |ax + 3|, a \in \mathbb{R}$ ,

- (1) 当  $a = 1$  时, 求不等式  $f(x) < 6$  的解集;  
(2) 求证:  $f(a + 1) \geq \frac{15}{4}$ .

2022/02/21 22:04

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜



自主选拔在线