

绝密★启用前

赤峰市高三年级 4·20 模拟考试试题

文科数学

注意事项：

- 1、答卷前，考生务必将自己的姓名，准考证号填写在答题卡上。
- 2、回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
- 3、考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

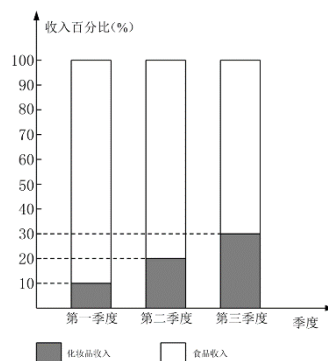
1、设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap C_U B = \{1, 3\}$, $C_U (A \cup B) = \{2, 4\}$, 则集合 B 为 ()

- A. $\{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$ B. $\{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$ C. $\{5, 6, 7, 8\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

2、已知复数 z 的虚部为 $\sqrt{3}$ ，在复平面内复数 z 对应向量的模长为 2，则 ()

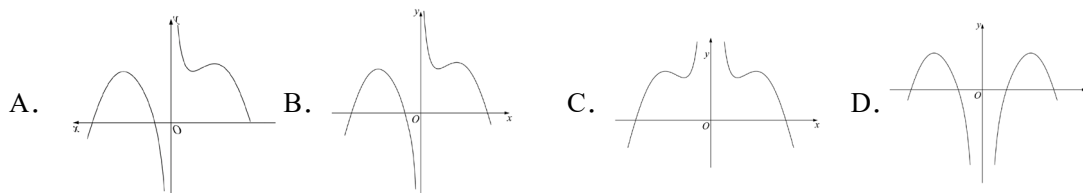
- A. $z = 1 + \sqrt{3}i$ B. $z = \pm 1 + \sqrt{3}i$ C. $z = 1 \pm \sqrt{3}i$ D. $z = -1 \pm \sqrt{3}i$

3、在“万众创业”的大背景下，“直播电商”已经成为我国当前经济发展的新增长点，已知某电商平台的直播间经营化妆品和食品两大类商品，2022 年前三个季度，该直播间每个季度的收入都比上一个季度的收入翻了一番，其前三季度的收入情况如图所示，则 ()



- A. 该直播间第三季度总收入是第一季度总收入的 3 倍；
 B. 该直播间第三季度化妆品收入是第一季度化妆品收入的 6 倍；
 C. 该直播间第三季度化妆品收入是第二季度化妆品收入的 3 倍；
 D. 该直播间第三季度食品收入低于前两个季度的食品收入之和。

4、函数 $f(x) = x \sin x - \frac{1}{x^2}$ 在 $(-\pi, 0) \cup (0, \pi)$ 上的图像大致为 ()



5、九连环是中国杰出的益智游戏，九连环由9个相互连接的环组成，这9个环套在一个中空的长形柄中，九连环的玩法就是要将这9个环从柄上解下来(或套上)，规则如下:如果要解下(或套上)第 n 环，则第 $n-1$ 号环必须解下(或套上)， $n-1$ 往前的都要解下(或套上)才能实现.

记解下 n 连环所需的最少移动步数为 a_n ，已知 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 1 (n \geq 3)$ ，若要解下7环最少需要移动圆环步数为 ()

- A. 42 B. 85 C. 170 D. 341

6、下列选项中，命题 P 是命题 q 的充要条件的是 ()

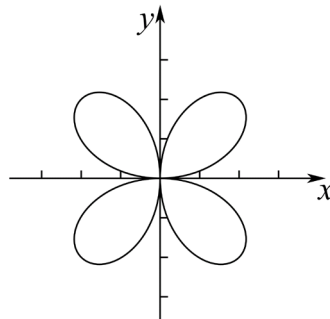
- A. 在 $\triangle ABC$ 中， $p: A > B$ ， $q: \sin A > \sin B$.
 B. 已知 x, y 是两个实数， $p: x^2 - 2x - 3 \leq 0$ ， $q: 0 \leq x \leq 2$.
 C. 对于两个实数 x, y ， $p: x + y \neq 8$ ， $q: x \neq 3$ 或 $y \neq 5$.
 D. 两条直线方程分别是 $l_1: ax + 2y + 6 = 0$ ， $l_2: x + (a-1)y + a^2 - 1 = 0$ ， $p: l_1 \parallel l_2$ ，
 $q: a = 2$ 或 -1 .

7、记函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) \left(\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \right)$ 的最小正周期为 T . 若 $f(T) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $x = \frac{\pi}{6}$ 为

$f(x)$ 的零点，则 ω 的最小值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

8、四叶草曲线是数学中的一种曲线，因形似花瓣，又被称为四叶玫瑰线(如右图)，其方程为 $(x^2 + y^2)^3 = 8x^2y^2$ ，玫瑰线在几何学、数学、物理学等领域中有广泛应用。例如，它可以用于制作精美的图案、绘制图像、描述物体运动的轨迹等等。根据方程和图象，给出如下 4 条性质，其中错误的是 ()



- A. 四叶草曲线方程是偶函数，也是奇函数；
- B. 曲线上两点之间的最大距离为 $2\sqrt{2}$ ；
- C. 曲线经过 5 个整点(横、纵坐标都是整数的点)；
- D. 四个叶片围成的区域面积小于 2π 。

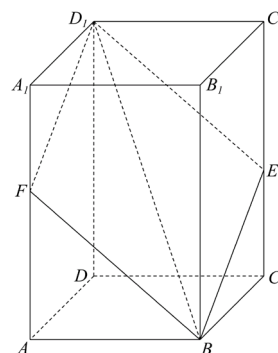
9、双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 ，过 F_1 作倾斜角为 45° 的直线交双曲线右支于点 P ，若 $PF_2 \perp x$ 轴，则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2} - 1$
- B. $\sqrt{2}$
- C. $\sqrt{2} + 1$
- D. $\sqrt{2} + 1$

10、在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，已知 $c \cos B + b \cos C = 2a \cos A$ ， $a = 2$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长是 ()

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 18

11、如图所示，在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 是棱 CC_1 上的一个动点，若平面 BED_1 与棱 AA_1 交于点 F ，给出下列命题：



- ①四棱锥 $B_1 - BED_1F$ 的体积恒为定值；
- ②四边形 BED_1F 是平行四边形；
- ③当截面四边形 BED_1F 的周长取得最小值时，满足条件的点 E 至少有两个；
- ④直线 D_1E 与直线 DC 交于点 P ，直线 D_1F 与直线 DA 交于点 Q ，则 P 、 B 、 Q 三点共线。

其中真命题是 ()

- A. ①②③ B. ②③④ C. ①②④ D. ①③④

12、已知 $a = 1 + \tan(-0.2)$ ， $b = \ln 0.8e$ ， $c = \frac{1}{e^{0.2}}$ ，其中 e 为自然对数的底数，则 ()

- A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > a > c$ D. $a > c > b$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

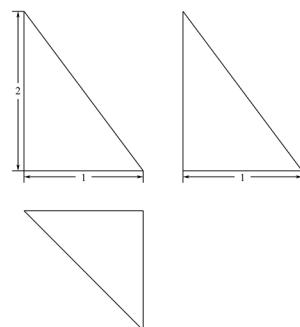
13、已知向量 $\vec{a}=(2,0)$ ， $\vec{b}=(x,2\sqrt{3})$ ，且 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$ ，则 $x=$ _____.

14、已知 x ， y 是两个具有线性相关的两个变量，其取值如下表：

x	1	2	3	4	5
y	4	m	9	n	11

其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 过点 $(3,7)$ ，则 m ， n 满足的条件是_____.

15、某三棱锥的三视图如右图所示，则此三棱锥外接球的体积是_____.



16、已知抛物线 $C:y^2=4x$ 与圆 $M:x^2+y^2-2x=0$ ，过圆心 M 的直线 l 与抛物线 C 和圆 M 分别交于 A ， B ， C ， D ，其中 A ， C 在第一象限， B ， D 在第四象限，则 $|AD|+2|BC|$ 最小值是_____.

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17、(12 分)

① 数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1 = \frac{1}{2}$ ，对任意的 $p, q \in \mathbb{N}^*$ ，都有 $a_{p+q} = a_p + a_q$ ，令 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 。

② 函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 有 $f(x) + f(1-x) = 1$ ，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(0) + f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \cdots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) + f(1)$ ，令 $b_n = \frac{1}{\left(a_n - \frac{1}{2}\right)\left(a_{n+1} - \frac{1}{2}\right)}$ 。

在①、②中选取一个作为条件，求解如下问题（注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分）

(1) 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列吗？请给予证明。

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18、(12分)

内蒙古自治区新高考改革自 2022 年起执行，在取消文理分科后实行“3+1+2”模式，即语数外为国家统考，所有考生必选，然后从物理、历史 2 科中任选 1 科，再从化学、生物、政治和地理中任选 2 科参加高考，选科前大家普遍认为，传统的“大文大理”（即“数理化”、“政史地”组合）还依然是主流，而且男生将依然是“大理”的主体，某校为了解学生对“大理”的选择是否与性别有关，从该校高一年级 1000 名学生（550 名男生，450 名女生），按男女生分层随机抽样抽取 100 人进行选科意向调查，经统计，选择“大理”人数比非“大理”人数多出 20 人。

	选择“大理”	选择非“大理”	合计
男生		15	
女生			
合计			

(1) 完成上面的 2×2 列联表，并判断能否在犯错误的概率不超过 0.5% 的前提下认为选择“大理”与性别有关。

(2) 为了进一步了解学生进行选科的理由，随机选取了男生 4 名，女生 2 名进行访谈，再从中抽取 2 名代表详细交流，求至少抽到 1 名女生的概率。

附表及公式：
$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a + b + c + d$$

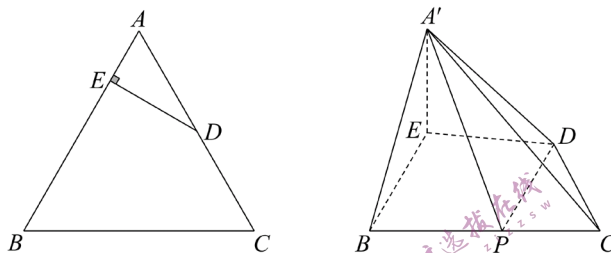
$P(K^2 \geq K_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
K_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19、(12分)

已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形，其边长为4，点 D 为边 AC 的中点，点 E 在边 AB 上，并且 $DE \perp AB$ ，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A'DE$ 。

(1) 证明：平面 $A'BE \perp$ 平面 $BCDE$ ；

(2) 在棱 BC 上取一点 P ，使 $V_{A'-BPDE} = \frac{1}{2}V_{A'-BCDE}$ ，求 $\frac{|BP|}{|PC|}$ 。



自主选播在线
微信号: zizzsw

自主选播在线
微信号: zizzsw

自主选播在线
微信号: zizzsw

20、(12分)

已知函数 $f(x) = 2x - a$ ， $g(x) = \ln x$

- (1) 若点 M 是 $y = f(x)$ 图像上一点，点 N 是 $y = g(x)$ 图像上一点，在当 $a = -1$ 时，求 M ， N 两点之间的最近距离；
- (2) 若函数 $h(x) = -f(x) \cdot g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，求实数 a 的取值范围.



21、(12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，其左、右顶点分别为 A, B ，左右焦点为 F_1, F_2 ，点 P 为椭圆上异于 A, B 的动点，且 $\triangle PF_1F_2$ 的面积最大值为 $\sqrt{3}$

(1) 求椭圆 E 的方程

(2) 设过定点 $T(-1, 0)$ 的直线交椭圆 E 于 M, N 两点 (与 A, B 不重合)，证明：直线 AM 与直线 BN 的交点的横坐标为定值.



(二) 选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22、[选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \end{cases}$ (t 为参数)，以坐标原点为极点，

x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的方程为 $\rho(1-\sin\theta)=1$ 。

(1) 求曲线 C_1 的普通方程，曲线 C_2 的直角坐标方程；

(2) 若点 $M(0,-1)$ ，曲线 C_1 ， C_2 的交点为 A, B 两点，求 $|MA| \cdot |MB|$ 的值。

23、[选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x)=|2x+1|+|x+a|$ ，若 $f(x) \leq 3$ 的解集为 $[b,1]$ 。

(1) 求实数 a, b 的值；

(2) 已知 m, n 均为正数，且满足 $\frac{1}{2m} + \frac{2}{n} + 2a = 0$ ，求证： $4m^2 + n^2 \geq 4$ 。