



2022~2023 年度河南省高三年级模拟考试 数学(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

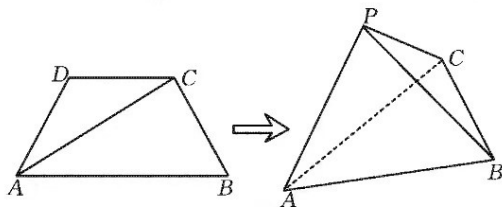
1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 9 \leq 0\}$, $B = \{x | x + 2a \leq 0\}$, 且 $A \cap B = \{x | -3 \leq x \leq 2\}$, 则 $a =$
A. -1 B. 1 C. 2 D. 3
2. 若 $z = 1 - i$, 则 $|z^2 + 3 - 2i| =$
A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. 3 D. $3\sqrt{2}$
3. 已知向量 $a = (x + 2, -3)$, $b = (1 - 3x, 2)$, 若 $a \parallel b$, 则 $x =$
A. -2 B. 2 C. 1 D. -1
4. 下列函数中,在定义域内既是奇函数又单调递增的是
A. $f(x) = \sin x - x^2$ B. $f(x) = \ln(2 - x) - \ln(x + 2)$
C. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ D. $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$
5. 已知某圆台的上底面和下底面的面积分别为 3π , 12π , 高为 6, 则该圆台的体积为
A. 36π B. 40π C. 42π D. 45π
6. $x^2(2x - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项为
A. -160 B. 60 C. 240 D. -192
7. 我国古代数学著作《算法统宗》中有如下问题:“今有善走者,日增等里,首日行走一百里,九日共行一千二百六十里,问日增几何?”其大意是:现有一位善于步行的人,第一天行走了一百里,以后每天比前一天多走 d 里,九天他共行走了一千二百六十里,求 d 的值. 关于该问题,下列结论错误的是
A. $d = 15$ B. 此人第三天行走了一百二十里
C. 此人前七天共行走了九百一十里 D. 此人前八天共行走了一千零八十里
8. 函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后,与函数 $g(x) = \sin 2x$ 的图象重合,则 $f(x)$ 的单调递减区间为
A. $[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{6}]$ ($k \in \mathbb{Z}$) B. $[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{3}]$ ($k \in \mathbb{Z}$)
C. $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}]$ ($k \in \mathbb{Z}$) D. $[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}]$ ($k \in \mathbb{Z}$)

9. 若 P 是一个质数, 则像 $2^P - 1$ 这样的正整数被称为梅森数. 从 50 以内的所有质数中任取两个数, 则这两个数都为梅森数的概率为
- A. $\frac{1}{35}$ B. $\frac{3}{35}$
C. $\frac{3}{25}$ D. $\frac{1}{5}$
10. 已知抛物线 $C: y^2 = -12x$ 的焦点为 F , 动点 M 在 C 上, 圆 M 的半径为 1, 过点 F 的直线与圆 M 相切于点 N , 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN}$ 的最小值为
- A. 5 B. 6
C. 7 D. 8
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{2n} - a_{2n-1} = 3^n - 1, a_{2n+1} + a_{2n} = 3^n + 5 (n \in \mathbb{N}^*)$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 40 项和 $S_{40} =$
- A. $\frac{3^{11} + 397}{2}$ B. $\frac{3^{41} + 397}{2}$
C. $\frac{3^{41} + 197}{2}$ D. $\frac{3^{21} + 197}{2}$
12. 已知 $m > 0$, 若不等式 $me^{mx} \geq \ln x$ 恒成立, 则 m 的取值范围为
- A. $[\frac{1}{2e}, +\infty)$ B. $[\frac{1}{e}, +\infty)$
C. $[\frac{2}{e}, +\infty)$ D. $[\frac{e}{3}, +\infty)$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 3y - 5 \leq 0, \\ x \geq -1, \\ x - y - 1 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 $\blacktriangle$.
14. 已知 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = 2^x - \frac{1}{x+1}$, 则不等式 $f(3x-1) < f(1-x)$ 的解集为 $\blacktriangle$.
15. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AD = DC = BC = 2, \angle ABC = 60^\circ$, 将 $\triangle ACD$ 沿边 AC 翻折, 使点 D 翻折到 P 点, 且 $PB = 2\sqrt{2}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积是 $\blacktriangle$.



16. 已知椭圆 C_1 和双曲线 C_2 有共同的左、右焦点 F_1, F_2 , M 是它们的一个交点, 且 $\angle F_1MF_2 = \frac{\pi}{4}$, 记 C_1 和 C_2 的离心率分别为 e_1, e_2 , 则 $e_1 e_2$ 的最小值是 $\blacktriangle$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a(\sin A - \sin C) + c \sin C = b \sin B$.

(1)求角 B ;

(2)若 $b=5$, 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

18. (12 分)

甲、乙两家公司生产同一种零件, 其员工的日工资方案如下: 甲公司, 底薪 140 元, 另外每生产一个零件的工资为 2 元; 乙公司, 无底薪, 生产 42 个零件以内(含 42 个)的员工每个零件 4 元, 超出 42 个的部分每个 5 元. 假设同一公司的员工一天生产的零件个数相同, 现从这两家公司各随机选取一名员工, 并分别记录其 30 天生产的零件个数, 得到如下频数表:

甲公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	38	39	40	41	42
天数	5	9	5	6	5

乙公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	40	41	42	43	44
天数	3	9	6	9	3

若将频率视为概率, 回答以下问题:

(1)现从记录甲公司某员工 30 天生产的零件个数中随机抽取 3 天的个数, 求这 3 天生产的零件个数都不高于 39 的概率;

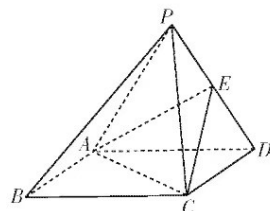
(2)小明打算到甲、乙两家公司中的一家应聘生产零件的工作, 如果仅从日工资的角度考虑, 请利用所学的统计学知识为小明做出选择, 并说明理由.

19. (12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, E 是 PD 的中点, $PA=PD=3, AB=2, \angle ABC=60^\circ$.

(1)证明: $PB \parallel$ 平面 EAC .

(2)求直线 EC 与平面 PAB 所成角的正弦值.



20. (12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 且点 $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 在双曲线 C 上.

(1) 求双曲线 C 的方程.

(2) 过点 F 的直线与双曲线 C 的右支交于 A, B 两点, 在 x 轴上是否存在不与 F 重合的点 P , 使得点 F 到直线 PA, PB 的距离始终相等? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^{ax} - \frac{1}{2}ax^2 - x - 1$.

(1) 当 $a \geq 1$ 时, 证明: 对任意的 $x \geq 0$, 都有 $f(x) \geq 0$.

(2) 证明: $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} > 2\ln(n+1) - n\ln 2 (k \in \mathbf{N}^+, n \in \mathbf{N}^+)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + \sqrt{3}t, \\ y = 2 + t \end{cases} (t \text{ 为参数})$. 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho - \frac{5}{\rho} = 4\sin \theta$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l 与 y 轴交于点 A , 与曲线 C 交于 M, N 两点, 求 $\frac{1}{|AM|^2} + \frac{1}{|AN|^2}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |3x+1| - |2x-3|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集;

(2) 若正数 a, b 满足 $a+b=ab$, 证明: 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 任意的正数 a, b , $f(x) + 4a + b \geq |x - \frac{3}{2}| + \frac{7}{2}$ 恒成立.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线