绵阳南山中学2023年春绵阳三诊热身考试理科数学试题参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	C	B	B	A	D	C	A	D	A	D

1. B　　2. C　解析　因为复数 $z=\dfrac{5i}{1-2i}=\dfrac{5i}{1-2i}\cdot\dfrac{1+2i}{1+2i}=-2+i$，所以 $\bar{z}=-2-i$，其对应的点为 $(-2,-1)$，在第三象限．

3.C 解析　由 $|x-2|<1$ 得，$1<x<3$，由 $x^2+x-2>0$，得 $x<-2$ 或 $x>1$，而 $1<x<3\Rightarrow x<-2$ 或 $x>1$，而 $x<-2$ 或 $x>1\not\Rightarrow 1<x<3$，所以，"$|x-2|<1$"是"$x^2+x-2>0$"的充分而不必要条件，选 C.

4.B　　5.B【解析】因为 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，所以 $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，因为 α 为钝角，

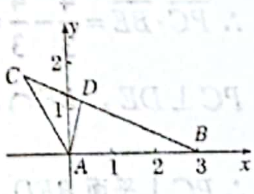
所以 $\cos\alpha=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，则 $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\dfrac{1}{2}$，

所以 $\tan\beta=\tan\left[\alpha-(\alpha-\beta)\right]=\dfrac{\tan\alpha-\tan(\alpha-\beta)}{1+\tan\alpha\tan(\alpha-\beta)}=\dfrac{-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1+\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}}=-1$ ．

6. A　解析　对于①，若 $\alpha /\!/ \beta$，$m\perp\alpha$，$l\subset\beta$，则 $m\perp l$，故①正确，排除 B；对于④，若 $m /\!/ l$，$m\perp\alpha$，则 $l\perp\alpha$，又 $l\subset\beta$，所以 $\alpha\perp\beta$.故④正确．

7. D　解析　$f(x)$ 的定义域为 R，$f(-x)=\dfrac{-x\cos(-x)}{e^{|-x|}}=\dfrac{-x\cos x}{e^{|x|}}=-f(x)$，

故 $f(x)$ 为奇函数，排除 C；$f(1)=\dfrac{\cos 1}{e}>0$，排除 A；$f(2)=\dfrac{2\cos 2}{e^2}<0$，排除 B，故选 D.



7. C 解析　法 1：以 A 为坐标原点，AB 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系，如图所示．则 $A(0,0)$，$B(3,0)$，$C(-1,\sqrt{3})$，$\because \overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$\therefore \overrightarrow{BD}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\dfrac{2}{3}(-4,\sqrt{3})$

$=\left(-\dfrac{8}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$，则 $D\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$，$\therefore \overrightarrow{AD}=\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$，$\overrightarrow{AB}=(3,0)$，$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=3\times\dfrac{1}{3}+0\times\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=1$.

法 2：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AB}\cdot(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC})=1$

9.A【解析】由题意得 $\frac{11\pi}{12}-\frac{5}{12}\pi=\frac{\pi}{2}=\frac{3}{4}T$，所以 $T=\frac{2\pi}{3}$，故 $\omega=3$，

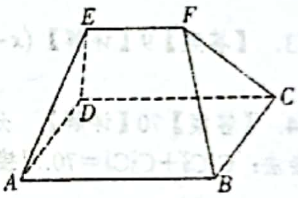
因为 $3\times\frac{5\pi}{12}+\varphi=\pi+2k\pi$，$k\in Z$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$，$k\in Z$，

即 $f(x)=A\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)=A\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$.又因为 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=A\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=A\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)=-2$，$A>0$ 解得 $A=2\sqrt{2}$.即 $f(x)=2\sqrt{2}\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$.将 $f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，

得到函数 $g(x)=2\sqrt{2}\sin\left[3\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{4}\right]=2\sqrt{2}\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$.故选：A

10. D【分析】由三视图还原几何体，依次求解几何体各个面的面积，加和即可得到结果.

【详解】根据三视图还原该几何体如图所示，



则 $AB=4$，$AD=3$，$EF=2$，

$\because\triangle ADE$ 为等腰三角形，由主视图可知 AD 边的高为 $\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

$\therefore AE=\sqrt{10+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{7}{2}$，由此可求得梯形 $ABFE$ 的高为 $\sqrt{\frac{49}{4}-1}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$，

$\therefore S_{\square ABCD}=3\times4=12$，$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}\times3\times\sqrt{10}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$，$S_{四边形ABFE}=\frac{1}{2}\times(2+4)\times\frac{3\sqrt{5}}{2}=\frac{9\sqrt{5}}{2}$，

$\therefore$ 该几何体的表面积为 $S=12+\frac{3\sqrt{10}}{2}\times2+\frac{9\sqrt{5}}{2}\times2=12+3\sqrt{10}+9\sqrt{5}$.故选：D.

11. A【解析】设点 $P(m,n)$，则 $\frac{m^2}{a^2}-\frac{n^2}{b^2}=1$，即有 $\frac{n^2}{m^2-a^2}=\frac{b^2}{a^2}$，①

以 AB 为直径的圆经过点 Q 可知 $AQ\perp PB$，所以 $k_2\cdot k_{PB}=-1$，即 $k_{PB}=-\frac{1}{k_2}$，

由 $A(-a,0),B(a,0)$，则 $k_1=\frac{n}{m+a}$，$k_{PB}=\frac{n}{m-a}$，可得 $k_{PB}=\frac{n}{m-a}=-\frac{1}{k_2}$，

由 $2k_1+k_2=0$，则 $-\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{1}{2}$，所以 $-\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{n}{m-a}\times\dfrac{n}{m+a}=\dfrac{n^2}{m^2-a^2}=\dfrac{1}{2}$，②

由①和②得 $\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{1}{2}$， 由 $c^2=a^2+b^2=\dfrac{3}{2}a^2$，得双曲线的离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$．故选：A.

12. D【详解】解：设 $f(x)=\dfrac{\ln x}{e^x}$，则 $f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}-\ln x}{e^x}$，当 $x\geq e$ 时，$\dfrac{1}{x}-\ln x<0$，则 $f'(x)<0$，故 $f(x)$ 在 $[e,+\infty)$ 上单调递减，因为 $e<3<\pi$，所以 $\dfrac{\ln 3}{e^3}>\dfrac{\ln\pi}{e^\pi}$，所以 $e^\pi\ln 3>e^3\ln\pi$，则 $3^{e^\pi}>\pi^{e^3}$，即 $a>c$．

设 $g(x)=x^\alpha(\alpha>0)$，则 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，因为 $e<\pi$，所以 $=e^{e^3}<\pi^{e^3}$，即 $b<c$，

所以 $b<c<a$．故选：D.

13. 【答案】9【详解】$(x-1)(x+1)^6$ 的展开式中，x^5 的系数为 $C_6^2-C_6^1=9$，故答案为：9.

14. 【答案】70【详解】 分 1 名男医生 2 名女医生、2 名男医生 1 名女医生两种情况，或者用间接法．直接法：$C_5^1C_4^2+C_5^2C_4^1=70$.间接法：$C_9^3-C_5^3-C_4^3=70$.

15.【答案】12【详解】设男生人数为 x，依题意可得列联表如下：

	喜欢追星	不喜欢追星	总计
男生	$\dfrac{x}{6}$	$\dfrac{5x}{6}$	x
女生	$\dfrac{x}{3}$	$\dfrac{x}{6}$	$\dfrac{x}{2}$
总计	$\dfrac{x}{2}$	x	$\dfrac{3x}{2}$

若在犯错误的概率不超过95%的前提下认为是否喜欢追星和性别有关，则 $K^2>3.841$，由

$$K^2=\frac{\frac{3x}{2}\left(\frac{x^2}{36}-\frac{5x^2}{18}\right)^2}{\frac{x}{2}\cdot x\cdot x\cdot\frac{x}{2}}=\frac{3}{8}x>3.841$$，解得 $x>10.24$，因为 $\dfrac{x}{2},\dfrac{x}{6}$ 为整数，

所以若在犯错误的概率不超过95%的前提下认为是否喜欢追星和性别有关，则男生至少有12人.

16.【答案】$\frac{\sqrt{21}}{7}$,$4\sqrt{7}$ 【解析】（1）由余弦定理得，$EC^2=CD^2+DE^2-2CD\cdot DE\cdot\cos\angle EDC$，解得 $CD=2$；在△CDE 中，由正弦定理得 $\sin\angle CED=\frac{\sqrt{21}}{7}$；（2）$\cos\angle AEB=\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\alpha\right)$，$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$ Rt△EAB 中，$\cos\angle AEB=\frac{EA}{BE}$，$BE=4\sqrt{7}$。

17.【详解】（1）因为 $\forall n\in N^*$，$4S_n-2a_n=2^n$，则 $4S_{n+1}-2a_{n+1}=2^{n+1}$，

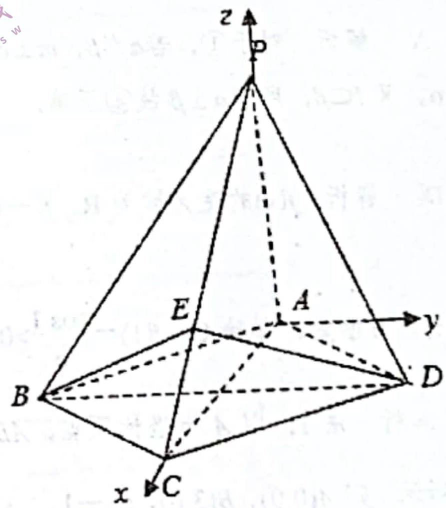
两式相减得：$4a_{n+1}-2a_{n+1}+2a_n=2^{n+1}-2^n$，整理可得 $a_{n+1}+a_n=2^{n-1}$，即 $b_n=2^{n-1}$，

于是 $n\in N^*$，$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{2^n}{2^{n-1}}=2$， 所以数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.

（2）由（1）知，$b_n=2^{n-1}$，又 $a_{n+1}+a_n=b_n$，则 $a_{2n-1}+a_{2n}=b_{2n-1}=2^{2n-2}=4^{n-1}$

所以 $S_{2n}=(a_1+a_2)+(a_3+a_4)+(a_5+a_6)+\cdots+(a_{2n-1}+a_{2n})=b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1}=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{4^n-1}{3}$.

18. 【解析】（1）以 A 为坐标原点，建立如图空间直角坐标系



$A-xyz$，设 $D\left(\sqrt{2},b,0\right)$，则 $C\left(2\sqrt{2},0,0\right)$，$P\left(0,0,2\right)$，

$E\left(\frac{4\sqrt{2}}{3},0,\frac{2}{3}\right)$，$B\left(\sqrt{2},-b,0\right)$，$\therefore \overrightarrow{PC}=\left(2\sqrt{2},0,-2\right)$，

$\overrightarrow{BE}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3},b,\frac{2}{3}\right)$，$\overrightarrow{DE}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3},-b,\frac{2}{3}\right)$，

$\therefore \overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{BE}=\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=0$，$\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{DE}=0$，$\therefore PC\perp BE$，

$PC\perp DE$，$BE\cap DE=E$，

$\therefore PC\perp$ 平面 BED.

（2）$\overrightarrow{AP}=\left(0,0,2\right)$，$\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{2},-b,0\right)$，设平面 PAB 的法向量为 $\overrightarrow{m}=\left(x,y,z\right)$，则

$$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AP}=2z=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=\sqrt{2}x-by=0\end{cases},$$

取 $\vec{m}=\left(b,\sqrt{2},0\right)$，设平面 PBC 的法向量为 $\vec{n}=\left(p,q,r\right)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=2\sqrt{2}p-2r=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}p+bq+\dfrac{2}{3}r=0\end{cases}$，

取 $\vec{n}=\left(1,-\dfrac{\sqrt{2}}{b},\sqrt{2}\right)$，∵平面 $PAB\perp$ 平面 PBC，∴ $\vec{m}\cdot\vec{n}=b-\dfrac{2}{b}=0$，故 $b=\sqrt{2}$，

∴ $\vec{n}=\left(1,-1,\sqrt{2}\right)$，$\overrightarrow{DP}=\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2},2\right)$，∴ $\cos\left\langle\overrightarrow{DP},\vec{n}\right\rangle=\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{DP}}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\overrightarrow{DP}\right|}=\dfrac{1}{2}$，

设 PD 与平面 PBC 所成角为 θ，$\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，则 $\sin\theta=\dfrac{1}{2}$，∴ $\theta=30°$，

∴ PD 与平面 PBC 所成角的大小为 $30°$．

19.【详解】（1）由题可知 10 个学校，参与“自由式滑雪”的人数依次为 27，15，43，41，32，26，56，36，49，20，参与“单板滑雪”的人数依次为 46，52，26，37，58，18，25，48，33，30，

其中参与“单板滑雪”的人数超过 30 人的学校有 6 个，参与“单板滑雪”的人数超过 30 人，且“自由式滑雪”的人数超过 30 人的学校有 4 个，记“这 10 所学校中随机选取 2 所学校参与“单板滑雪”的人数超过 30 人”为事件 A，“这 10 所学校中随机选取 2 所学校参与“自由式滑雪”的人数超过 30 人”为事件 B，

则 $P\left(A\right)=\dfrac{C_6^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{3}$，$P\left(AB\right)=\dfrac{C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{15}$，　所以，$P\left(B|A\right)=\dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(A\right)}=\dfrac{2}{5}$.

（2）记“甲同学在一轮测试中获得“优秀””为事件 C，则 $P=C_3^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\dfrac{2}{3}\right)+C_3^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{20}{27}$，

由题意，甲同学在集训测试中获得“优秀”的次数服从二项分布 $B\left(n,\dfrac{20}{27}\right)$，

由题意列式 $\dfrac{20}{27}n\geq 8$，得 $n\geq\dfrac{54}{5}$，因为 $n\in N^*$，所以 n 的最小值为 11，故至少要进行 11 轮测试

20.解：(1) 由题可知点 $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$， 且可设 A($x_0$，0)，M($x,y$)，B(0，$y_0$)，则可得 $\begin{cases} x_0=\frac{5}{3}x \\ y_0=\frac{5}{2}y \end{cases}$，

又 $|AB|=5$，即 $x_0^2+y_0^2=25$，$\therefore \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$，这就是点 M 的轨迹方程。

(2) 由 (1) 知 F_1 为 ($-\sqrt{5}$，0)，F_2 为 ($\sqrt{5}$，0)，由题设 PQ 为 $x=my-\sqrt{5}$，

由 $\begin{cases} x=my-\sqrt{5} \\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1 \end{cases}$ 有 $(4m^2+9)y^2-8\sqrt{5}my-16=0$，

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，则 $\Delta>0$ 恒成立，$y_1+y_2=\frac{8\sqrt{5}m}{4m^2+9}$ 且 $y_1y_2=\frac{-16}{4m^2+9}$，

$\therefore S_{\Delta PQF_2}=S_{\Delta PF_1F_2}+S_{\Delta QF_1F_2}=\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot(|y_1|+|y_2|)=\sqrt{5}\cdot|y_1-y_2|=\sqrt{5}\cdot\sqrt{(\frac{8\sqrt{5}m}{4m^2+9})^2+\frac{64}{4m^2+9}}=$

$24\sqrt{5}\cdot\frac{\sqrt{m^2+1}}{4m^2+9}$ 令 $t=\sqrt{m^2+1}$ ($t\geq 1$)，则 $S_{\Delta PQF_2}=24\sqrt{5}\cdot\frac{1}{4t+\frac{5}{t}}\leq 6$，

当且仅当 $t=\frac{\sqrt{5}}{2}$，即 $m=\pm\frac{1}{2}$ 时取"="$\therefore S_{\Delta PQF_2}$ 的最大值为 6，

此时 PQ 的方程为 $2x+y-2\sqrt{5}=0$ 或 $2x-y-2\sqrt{5}=0$

21. 【解析】(1) $f(e)=e^2$，$f'(x)=4(x-1)\ln x$，则 $f'(e)=4(e-1)$，

故 $f(x)$ 在 $x=e$ 处的切线方程为 $y-e^2=4(e-1)(x-e)$ 即 $4(e-1)x-y-3e^2+4e=0$；

(2) 证明：由题可得 $g'(x)=3(x-1)^2+4(x-1)\ln x$，$g'(1)=0$，

当 $0<x<1$ 时，$x-1<0,\ln x<0$，则 $g'(x)>0$；当 $x>1$ 时，$x-1>0,\ln x>0$，则 $g'(x)>0$，

所以，当 $x>0$ 时，$g'(x)\geq 0$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数．设 $G(x)=g(x)+g\left(\dfrac{1}{x}\right)(0<x<1)$，

则 $G'(x)=g'(x)-\dfrac{1}{x^2}g'\left(\dfrac{1}{x}\right)=3(x-1)^2\left(1-\dfrac{1}{x^4}\right)+4(x-1)\left(1-\dfrac{1}{x^3}\right)\ln x$，

当 $0<x<1$ 时，$x-1<0,\ln x<0$，$1-\dfrac{1}{x^4}<0,1-\dfrac{1}{x^3}<0$，则 $G'(x)<0$，$G(x)$ 在 $(0,1)$ 上递减．

不妨设 $0<x_1<x_2$，由于 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，则 $g(x_1)<g(x_2)$，

又 $g(x_1)+g(x_2)=8$，$g(1)=4$，则 $g(x_1)<g(1)<g(x_2)$，于是 $0<x_1<1<x_2$，

由 $0<x_1<1$，$G(x)$ 在 $(0,1)$ 上递减，则 $G(x_1)>G(1)=2g(1)=8$，所以 $g(x_1)+g\left(\dfrac{1}{x_1}\right)>8$，则

$g\left(\dfrac{1}{x_1}\right)>8-g(x_1)=g(x_2)$，又 $\dfrac{1}{x_1}>1,x_2>1$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，所以，$\dfrac{1}{x_1}>x_2$，即 $x_1x_2<1$．

22．【解析】（1）由题意可得 C_1 的参数方程为：$\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=2\sqrt{6}\sin\alpha,\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），

又∵ $\rho^2-10\rho\cos\theta+24=0$，且 $\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\theta$，

∴ C_2 的普通方程为 $x^2+y^2-10x+24=0$，即 $(x-5)^2+y^2=1$．

（2）由（1）得，设 $A(2\cos\alpha,2\sqrt{6}\sin\alpha)$，圆 C_2 的圆心 $M(5,0)$，

则 $|AM|=\sqrt{(2\cos\alpha-5)^2+(2\sqrt{6}\sin\alpha)^2}=\sqrt{-20\cos^2\alpha-20\cos\alpha+49}$

$=\sqrt{-20\left(\cos\alpha+\dfrac{1}{2}\right)^2+54}$，∵ $\cos\alpha\in[-1,1]$，∴当 $\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$ 时，$|AM|_{\max}=3\sqrt{6}$；

当 $\cos\alpha=1$ 时，$|AM|_{\min}=3$．当 $\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$ 时，$|AB|_{\max}=|AM|_{\max}+1=3\sqrt{6}+1$；

当 $\cos\alpha=1$ 时，$|AB|_{\min}=|AM|_{\min}-1=2$．

23. 【解析】（1）不等式 $f(x)<g(x)+a$ 即 $|x-2|<|x+4|$，

两边平方得 $x^2-4x+4<x^2+8x+16$，解得 $x>-1$，所以原不等式的解集为 $(-1,+\infty)$.

（2）不等式 $f(x)+g(x)>a^2$ 可化为 $a^2-a<|x-2|+|x+4|$，

又 $|x-2|+|x+4|\geq|(x-2)-(x+4)|=6$，所以 $a^2-a<6$，解得 $-2<a<3$，

所以 a 的取值范围为 $(-2,3)$.