"皖豫名校联盟体"2022届高中毕业班第三次考试

文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{3,5,7,9,11,13,17\}$，$B=\{x|x=4n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{5,9,11\}$　　B. $\{5,9,11,17\}$　　C. $\{5,13,17\}$　　D. $\{5,9,13,17\}$

2. 已知 $z+2+i=z(2+i)$，则复数 $z=$

A. $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　C. $-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$　　D. $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$

3. 已知 $a=0.8^{\frac{2}{3}}$，$b=\log_9\frac{2}{3}$，$c=4^{0.3}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

4. 对某位同学5次体育测试的成绩(单位：分)进行统计得到如下表格：

第 x 次	1	2	3	4	5
测试成绩 y	39	40	48	48	50

根据上表，可得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=3x+\hat{a}$，下列结论不正确的是

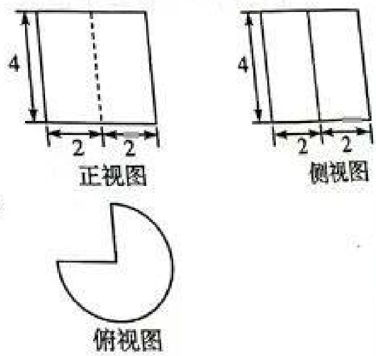
A. $\hat{a}=36$　　B. 这5次测试成绩的方差为20.8

C. y 与 x 的线性相关系数 $r<0$　　D. 预测第6次体育测试的成绩约为54

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为

A. $18\pi+12$　　B. $20\pi+12$

C. $18\pi+16$　　D. $20\pi+16$



6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项和为 S_n，且满足 $a_6=17$，$S_5=a_2a_3$，则 $a_{12}=$

A. 28　　B. 30

C. 32　　D. 35

7. 某高山地区的大气压强 p(Pa)与海拔高度 h(m)近似满足函数关系 $p=p_0e^{-kh}$,其中 $k=0.000\,126$,p_0 是海平面大气压强. 已知在该地区甲、乙两处测得的大气压强分别为 p_1,p_2,且 $\frac{p_1}{p_2}=\frac{1}{2}$,那么甲、乙两处的海拔高度之差约为

(参考数据:$\ln 2\approx 0.693$)

A. 4 900 m　　B. 5 500 m　　C. 6 200 m　　D. 7 400 m

8. 已知抛物线 $C:y^2=4x$,直线 l 与抛物线 C 交于 A,B 两点,线段 AB 的中点为(4,2),则 l 的方程为

A. $x-y-2=0$　　B. $2x-y-6=0$

C. $x+y-6=0$　　D. $x-2y=0$

9. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$,$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=3$,$|\boldsymbol{c}|=3\sqrt{3}$,则 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

10. 已知函数 $f(x)=\sin^2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)+\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$,将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得函数 $g(x)$ 的图象,则 $g(x)$ 图象的一个对称中心为

A. $\left(-\frac{7\pi}{12},\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{\pi}{12},1\right)$　　C. $\left(\frac{\pi}{12},1\right)$　　D. $\left(\frac{5\pi}{12},\frac{1}{2}\right)$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,过 F_1 的直线与 C 的左、右两支分别交于点 M,N,且满足 $|F_1N|=3|F_1M|$,$\triangle MNF_2$ 是等边三角形,则双曲线 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\sqrt{3}x$　　B. $y=\pm 2x$

C. $y=\pm\sqrt{6}x$　　D. $y=\pm\sqrt{7}x$

12. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的体积为 $\frac{28\sqrt{3}}{3}$,其外接球的体积为 $\frac{500}{3}\pi$,若 $AB=AC=4$,$\angle BAC=120^\circ$,则线段 SA 的长度的最小值为

A. 8　　B. $5\sqrt{2}$　　C. 6　　D. $4\sqrt{2}$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-1\geq 0,\\ x-2y+2\geq 0,\\ 2x-y-2\leq 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最大值为________.

14. 函数 $f(x)=\begin{cases}(x-2)e^x, x\geq 0,\\ -x-2, x<0\end{cases}$ 的单调递减区间为________.

15. 若数据 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8$,4,6 的方差为 5,则数据 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8$,3,7 的方差为________.

16. 已知 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,若 $2\sin C=c\sin B$,$a\cos B-c=1$,$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $a=$________.

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22,23题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共60分.

17.(12分)

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_n+a_n=2$.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

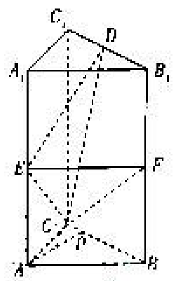
(Ⅱ)若$b_n=\dfrac{1}{(n+2)\log_2 a_{n+1}}$，设数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，证明：$T_n>-\dfrac{3}{4}$.

18.(12分)

如图所示，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1=6$，$\triangle ABC$是边长为4的等边三角形，D,E,F分别为棱B_1C_1,AA_1,BB_1的中点，点P在棱BC上，且$BC=4CP$.

(Ⅰ)证明：AP//平面DCE；

(Ⅱ)求点D到平面CEF的距离.



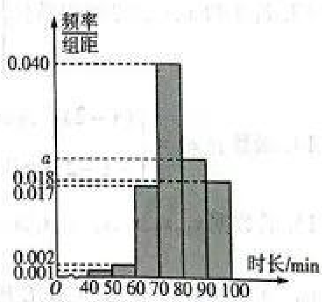
19.(12分)

2022年2月4日至20日，第24届冬季奥林匹克运动会在北京成功举办. 某学校根据该校男女生人数比例，使用分层抽样的方法随机调查了200名学生，统计他们观看开幕式的时长(单位：min)情况，样本数据按照[40,50)，[50,60)，…，[90,100]进行分组，得到如图所示的频率分布直方图.

(Ⅰ)求a；

(Ⅱ)估计该校学生观看开幕式时长的平均数(每组数据以该组区间的中点值为代表)和中位数；

(Ⅲ)已知样本中有$\dfrac{2}{3}$的男生观看开幕式时长小于80 min，观看开幕式时长不小于80 min的男女生人数相等，估计该校男生与女生的人数之比.



20.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，其右焦点为 F，点 $P(0,1)$，且 $|PF|=\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求 C 的方程；

（Ⅱ）过点 P 且斜率为 $k(k\neq 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点，过 A,B 分别作 y 轴的垂线，垂足为 M，N，直线 AN 与直线 $y=3$ 交于点 E，证明：B,M,E 三点共线.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=xe^x-mx^2-x-1$.

（Ⅰ）当 $m=\frac{1}{2}$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）若 $m\leqslant 1$，证明：当 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 时，$f(x)>x-x\cos x-1$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t,\\ y=t-6\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，圆 C_2 的极坐标方程为 $\rho-\frac{3}{\rho}=6\sin\theta-4\cos\theta$.

（Ⅰ）求 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（Ⅱ）过 C_1 上一点 P 作 C_2 的一条切线 l，切点为 Q，当 $|PQ|$ 最小时，求 $\triangle C_2PQ$ 外接圆的参数方程.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|3x+3|-|2x-6|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)\geqslant x-4$ 的解集；

（Ⅱ）设 $f(x)$ 的最小值为 m，若正实数 a,b,c 满足 $a+b+c=-m$，求 $\frac{a^2}{c}+\frac{b^2}{a}+\frac{c^2}{b}$ 的最小值.

“皖豫名校联盟体”2022 届高中毕业班第三次考试

文科数学 · 答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1. D	2. B	3. D	4. C	5. C	6. D
7. B	8. A	9. A	10. B	11. C	12. B

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 8

14. $(-\infty,1)$（写 $(-\infty,1]$ 也对）

15. 5.6

16. $\sqrt{7}$

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 解析 （Ⅰ）当 $n=1$ 时，$S_1+a_1=2a_1=2$，所以 $a_1=1$. ……（1 分）

当 $n\geqslant 2$ 时，$S_{n-1}+a_{n-1}=2$，

所以 $a_n+a_n-a_{n-1}=0$，即 $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}$，……（3 分）

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列，故 $a_n=\frac{1}{2^{n-1}}$. ……（5 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $b_n=\frac{1}{(n+2)\log_2 a_{n+1}}=\frac{1}{(n+2)(-n)}=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$. ……（7 分）

所以 $T_n=-\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=-\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}-\frac{3}{4}$. ……（10 分）

因为 $\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}>0$，所以 $T_n>-\frac{3}{4}$. ……（12 分）

18. 解析 （Ⅰ）如图，取 BC 的中点 O，连接 DO，取 CD 的中点 Q，连接 PQ，EQ.

因为 $BC=4CP$，所以 $CP=PO$，……（1 分）

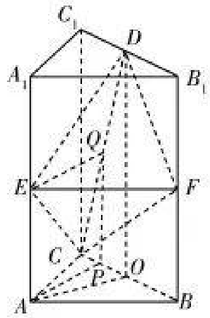
所以 $PQ/\!/DO$，$PQ=\frac{1}{2}DO$. ……（2 分）

因为 $AE/\!/DO$，$AE=\frac{1}{2}DO$，所以 $PQ/\!/AE$，$PQ=AE$. ……（3 分）

所以四边形 $AEQP$ 为平行四边形，所以 $EQ/\!/AP$，……（4 分）

因为 $EQ\subset$ 平面 DCE，$AP\not\subset$ 平面 DCE，

所以 $AP/\!/$ 平面 DCE. ……



(Ⅱ)连接 DF,AO,易知 $AO=2\sqrt{3}$. 因为 $BB_1\perp$平面 ABC,$AO\subset$平面 ABC,所以 $BB_1\perp AO$.

易知 $AO\perp BC$,$BB_1\cap BC=B$,所以 $AO\perp$平面 BCC_1B_1. ………………………………………… (7 分)

因为 $S_{\triangle DCF}=6\times4-\dfrac{1}{2}\times4\times3-\dfrac{1}{2}\times2\times3-\dfrac{1}{2}\times6\times2=9$, ………………………………………… (8 分)

所以 $V_{E-DCF}=\dfrac{1}{3}\times AO\times S_{\triangle DCF}=\dfrac{1}{3}\times2\sqrt{3}\times9=6\sqrt{3}$. ………………………………………… (9 分)

因为 $EC=FC=\sqrt{3^2+4^2}=5$,$EF=4$,

所以 $S_{\triangle CEF}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5^2-2^2}\times4=2\sqrt{21}$. ………………………………………… (10 分)

设点 D 到平面 CEF 的距离为 d.

则由 $V_{D-CEF}=V_{E-DCF}$,得 $\dfrac{1}{3}\times2\sqrt{21}\times d=6\sqrt{3}$, ………………………………………… (11 分)

解得 $d=\dfrac{9\sqrt{7}}{7}$. ………………………………………… (12 分)

19. **解析** (Ⅰ)由 $10\times(0.001+0.002+0.017+0.04+a+0.018)=1$,得 $a=0.022$. ………………………… (2 分)

(Ⅱ)平均数为 $10\times(45\times0.001+55\times0.002+65\times0.017+75\times0.04+85\times0.022+95\times0.018)\approx78.4$.

………………………………………………………………………………………… (5 分)

设这 200 名学生观看开幕式时长的中位数为 m,

由频率分布直方图可知 $m\in[70,80)$,

由 $(0.001+0.002+0.017)\times10+0.04\times(m-70)=0.5$,解得 $m=77.5$. ………………………… (7 分)

估计该校学生观看开幕式时长的平均数和中位数分别为 78.4,77.5. ………………………… (8 分)

(Ⅲ)由频率分布直方图可知样本中观看开幕式时长不小于 80 min 的人数为

$(0.022+0.018)\times10\times200=80$. ………………………………………… (10 分)

由题意知这 80 人中有一半,即 40 人是男生,又因为观看开幕式时长小于 80 min 的男生占男生人数的$\dfrac{2}{3}$,故

这 40 名男生占样本中所有男生人数的$\dfrac{1}{3}$,因此样本中男生人数为 120,女生人数为 80, …………… (11 分)

因为样本是用分层抽样的方法得到的,故估计该校男生与女生的人数之比为$\dfrac{120}{80}=\dfrac{3}{2}$. ……………… (12 分)

20. **解析** (Ⅰ)设 $F(c,0)(c>0)$,由题意知$\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$,所以 $a=2c$. ………………………………………… (1 分)

因为点 $P(0,1)$,且 $|PF|=\sqrt{c^2+1}=\sqrt{2}$,解得 $c=1$, ………………………………………… (2 分)

所以 $a=2$,$b=\sqrt{3}$, ……………………………………………………………

因此 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………………………………………………… (4 分)

(Ⅱ) 由题意可知, 直线 l 的方程为 $y=kx+1$.

由 $\begin{cases}3x^2+4y^2=12,\\ y=kx+1,\end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2+8kx-8=0$,

设 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, 则 $x_1+x_2=-\frac{8k}{3+4k^2}$, $x_1x_2=-\frac{8}{3+4k^2}$. ……………………………… (5 分)

因为 $BN\perp y$ 轴, 所以 $N(0,y_2)$, 所以直线 AN: $y=\frac{y_1-y_2}{x_1}x+y_2$,

令 $y=3$, 得 $E\left(\frac{x_1(3-y_2)}{y_1-y_2},3\right)$. ………………………………………………………………… (7 分)

因为 $AM\perp y$ 轴, 所以 $M(0,y_1)$. ……………………………………………………………………… (8 分)

所以 $k_{EM}-k_{BM}=\frac{(3-y_1)(y_1-y_2)}{x_1(3-y_2)}-\left(\frac{y_1-y_2}{-x_2}\right)$ ……………………………………………… (9 分)

$=(y_1-y_2)\left[\frac{3-y_1}{x_1(3-y_2)}+\frac{1}{x_2}\right]=\frac{y_1-y_2}{x_1x_2(3-y_2)}[x_2(3-y_1)+x_1(3-y_2)]$

$=\frac{y_1-y_2}{x_1x_2(3-y_2)}[x_2(3-kx_1-1)+x_1(3-kx_2-1)]$

$=\frac{y_1-y_2}{x_1x_2(3-y_2)}[2(x_2+x_1)-2kx_1x_2]$ ………………………………………………………………… (10 分)

$=\frac{y_1-y_2}{x_1x_2(3-y_2)}\left[2\times\left(-\frac{8k}{3+4k^2}\right)-2k\times\left(-\frac{8}{3+4k^2}\right)\right]=0$, ……………………………… (11 分)

所以 B,M,E 三点共线. ………………………………………………………………………………… (12 分)

21. **解析** (Ⅰ) 当 $m=\frac{1}{2}$ 时, $f(x)=xe^x-\frac{1}{2}x^2-x-1$,

则 $f'(x)=(x+1)e^x-x-1=(x+1)(e^x-1)$. ……………………………………………………… (1 分)

令 $f'(x)>0$, 得 $x<-1$ 或 $x>0$, 令 $f'(x)<0$, 得 $-1<x<0$. ………………………………………… (3 分)

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 和 $(0,+\infty)$ 上单调递增, 在 $(-1,0)$ 上单调递减. ………………………… (4 分)

(Ⅱ) 当 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 时, 要证明 $f(x)>x-x\cos x-1$, 即证明 $e^x-mx+\cos x-2<0$. ………… (5 分)

令 $g(x)=e^x-mx+\cos x-2$,

则 $g'(x)=e^x-\sin x-m\geqslant e^x-\sin x-1=e^x\left(1-\frac{1+\sin x}{e^x}\right)$, ……………………………… (6 分)

令 $h(x)=\frac{1+\sin x}{e^x}$, 则 $h'(x)=\frac{\cos x-\sin x-1}{e^x}=\frac{\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-1}{e^x}$, ……………………… (7 分)

当 $-\frac{\pi}{2}<x<0$ 时, $-\frac{\pi}{4}<x+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{4}$, 所以 $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)>\frac{\sqrt{2}}{2}$, …………………………… (8 分)

故 $h'(x)>0$, 即 $h(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上单调递增, 故 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 时, $h(x)<h(0)=1$, ………… (10 分)

所以 $1-\frac{1+\sin x}{e^x}>0$, 所以 $g'(x)>0$, 即 $g(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上单调递增, ………………… (11 分)

所以 $g(x)<g(0)=0$，即原命题得证. ……（12分）

22. **解析** （Ⅰ）由 $\begin{cases}x=1+t,\\ y=t-6,\end{cases}$ 消去 t 得 C_1 的普通方程为 $x-y-7=0$. ……（2分）

因为 $\rho-\dfrac{3}{\rho}=6\sin\theta-4\cos\theta$，所以 $\rho^2-3=6\rho\sin\theta-4\rho\cos\theta$，

所以 $x^2+y^2-3=6y-4x$，即 C_2 的直角坐标方程为 $(x+2)^2+(y-3)^2=16$. ……（4分）

（Ⅱ）由圆的切线的性质可知，当 $C_2P\perp l$ 时，$|C_2P|$ 最小，$|PQ|$ 也最小. ……（5分）

此时直线 C_2P 的斜率为 -1，因为 $C_2(-2,3)$，所以直线 C_2P 的方程为 $x+y-1=0$. ……（6分）

由 $\begin{cases}x+y-1=0,\\ x-y-7=0,\end{cases}$ 得 $P(4,-3)$，

所以 C_2P 的中点坐标为 $(1,0)$，$|C_2P|=6\sqrt{2}$，……（8分）

所以 $\triangle C_2PQ$ 外接圆的参数方程为 $\begin{cases}x=1+3\sqrt{2}\cos\alpha,\\ y=3\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）. ……（10分）

23. **解析** （Ⅰ）当 $x\leqslant-1$ 时，原不等式等价于 $-(3x+3)+2x-6\geqslant x-4$，解得 $x\leqslant-\dfrac{5}{2}$；……（1分）

当 $-1<x<3$ 时，原不等式等价于 $3x+3+2x-6\geqslant x-4$，解得 $-\dfrac{1}{4}\leqslant x<3$；……（2分）

当 $x\geqslant3$ 时，原不等式等价于 $3x+3-(2x-6)\geqslant x-4$，解得 $x\geqslant3$. ……（3分）

综上所述，原不等式的解集是 $\left(-\infty,-\dfrac{5}{2}\right]\cup\left[-\dfrac{1}{4},+\infty\right)$. ……（5分）

（Ⅱ）因为 $f(x)=\begin{cases}-x-9,x\leqslant-1,\\ 5x-3,-1<x<3,\\ x+9,x\geqslant3,\end{cases}$ 所以 $f(x)_{\min}=f(-1)=-8$，……（6分）

则 $a+b+c=8$.

因为 $\dfrac{a^2}{c}+c\geqslant2a$，$\dfrac{b^2}{a}+a\geqslant2b$，$\dfrac{c^2}{b}+b\geqslant2c$，……（7分）

所以 $\dfrac{a^2}{c}+\dfrac{b^2}{a}+\dfrac{c^2}{b}+a+b+c\geqslant2(a+b+c)=16$，……（8分）

即 $\dfrac{a^2}{c}+\dfrac{b^2}{a}+\dfrac{c^2}{b}\geqslant8$，当且仅当 $a=b=c=\dfrac{8}{3}$ 时等号成立，……（9分）

故 $\dfrac{a^2}{c}+\dfrac{b^2}{a}+\dfrac{c^2}{b}$ 的最小值为 8. ……（10分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。