

2022—2023 学年第二学期六校联合体期末联合调研

高一数学

一、选择题:本大题共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请把答案填涂在答题卡相应位置上.

1. 已知向量 $a=(2m, 1)$, $b=(1, 2)$, 若 $a \parallel b$, 则 m 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

2. 已知复数 z 满足 $(1+i)z=|1+i|$, 则复数 z 的实部为 ()

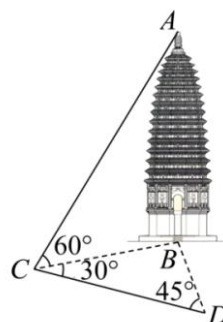
- A. -1 B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 甲、乙、丙、丁四个乡镇的人口比为 $4:3:3:2$, 为了解某种疾病的感染情况, 采用分层抽样方法从这四个乡镇中抽取容量为 n 的样本, 已知样本中甲乡镇的人数比乙乡镇的人数多 20 人, 则样本容量 n 的值是 ()

- A. 200 B. 240 C. 260 D. 280

4. 塔是一种在亚洲常见的, 有着特定的形式和风格的中国传统建筑. 如图, 为测量某塔的总高度 AB , 选取与塔底 B 在同一水平面内的两个测量基点 C 与 D , 现测得 $\angle BCD=30^\circ$, $\angle BDC=45^\circ$, $CD=20$ 米, 在 C 点测得塔顶 A 的仰角为 60° , 则塔的总高度为 ()

- A. $10(3+\sqrt{3})$ B. $10(\sqrt{3}+1)$
C. $20(\sqrt{3}-1)$ D. $20(3-\sqrt{3})$



5. 从数字 1, 2, 3, 4 中, 无放回地抽取 2 个数字组成一个两位数, 其各位数字之和等于 5 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $\frac{5}{16}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 已知圆锥的侧面展开图是面积为 2π 的半圆, 过圆锥高的中点且与底面平行的平面截此圆锥所得的圆台体积是 ()

- A. $\frac{7\sqrt{3}\pi}{24}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ D. $\frac{7\sqrt{3}\pi}{8}$

7. 已知 $\cos(\alpha+\beta)=\frac{2}{3}$, $\tan\alpha\tan\beta=-\frac{1}{3}$, 则 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值为 ()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

8. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD=\frac{\pi}{3}$, $BD=4$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}-3|\overrightarrow{AC}|$ 的最小值为 ()

- A. -10 B. -13 C. $4-4\sqrt{3}$ D. $2-5\sqrt{3}$

二、选择题:本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 请把答案填涂在答题卡相应位置上. 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 不选或有选错的得 0 分.

9. 已知复数 z_1, z_2 , 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $z_1^2 + 1 = 0$, 则 $z_1 = \pm i$ B. $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$
C. 若 $|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2|$, 则 $z_1 z_2 = 0$ D. 若 $|z_1| = |z_2|$, 则 $z_1 = \pm z_2$

10. 先后两次掷一枚质地均匀的骰子, A 表示事件“两次掷出的点数之和是 3”, B 表示事件“第二次掷出的点数是偶数”, C 表示事件“两次掷出的点数相同”, D 表示事件“至少出现一个奇数点”, 则下列结论正确的是 ()

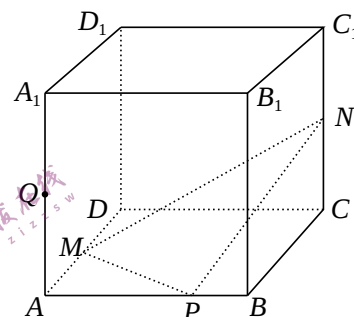
- A. A 与 B 互斥 B. A 与 C 互斥
C. B 与 C 独立 D. B 与 D 对立

11. 已知 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $A < B$, 则 $\sin A < \sin B$
B. 若 $a = 2, B = \frac{\pi}{3}$, 且该三角形有两解, 则 $\sqrt{3} < b < 2$
C. 若 $\frac{\tan A}{a^2} = \frac{\tan B}{b^2}$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
D. 若 $\tan A + \tan B + \tan C > 0$, 则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形

12. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N, Q 分别是 AD, CC_1, AA_1 的中点, $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\lambda = \frac{1}{2}$, 则 $B_1 D_1 \parallel$ 平面 MPN
B. 若 $\lambda = 1$, 则 $AC_1 \parallel$ 平面 MPN
C. 若 $AC_1 \perp$ 平面 MPQ , 则 $\lambda = \frac{1}{2}$
D. 若 $\lambda = \frac{1}{3}$, 则平面 MPN 截正方体所得的截面是五边形



三、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请把答案填涂在答题卡相应位置.

13. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \frac{\alpha}{2} =$ ▲.

14. 已知某 3 个数据的平均数为 2, 方差为 2, 现加入数字 2 构成一组新的数据, 这组新的数据的方差为 ▲.

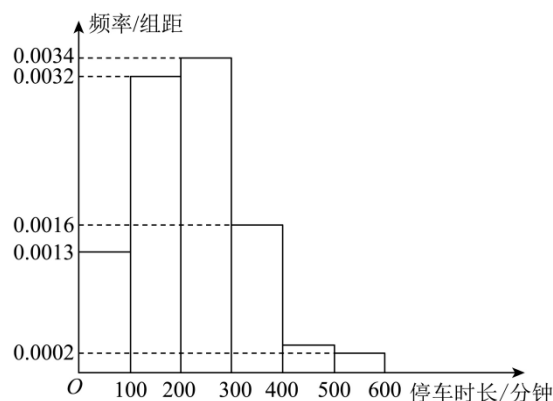
15. 在解析几何中, 设 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 为直线 l 上的两个不同的点, 则我们把 $\overrightarrow{P_1 P_2}$ 及与它平行的非零向量都称为直线 l 的方向向量, 把直线 l 垂直的向量称为直线 l 的法向量, 常用 $\vec{n}$ 表示, 此时 $\overrightarrow{P_1 P_2} \cdot \vec{n} = 0$. 若点 $P \notin l$, 则可以把 $\overrightarrow{PP_1}$ 在法向量 $\vec{n}$ 上的投影向量的模叫做点 P 到直线 l 的距离. 现已知平面直角坐标系中, $P(-4, 0), P_1(2, -1), P_2(-1, 3)$, 则点 P 到直线 l 的距离为 ▲.

16. 已知三棱锥的三个侧面两两垂直, 且三个侧面的面积分别是 $\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}, 1$, 则此三棱锥的外接球的体积为 ▲; 此三棱锥的内切球的表面积为 ▲.

四、解答题:本大题共 6 个小题, 共 70 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

某商场为了制定合理的停车收费政策, 需要了解顾客的停车时长(单位:分钟). 现随机抽取了该商场到访顾客的 100 辆车进行调查, 将数据分成 6 组: $(0, 100]$, $(100, 200]$, $(200, 300]$, $(300, 400]$, $(400, 500]$, $(500, 600]$, 并整理得到如下频率分布直方图:



(1)若某天该商场到访顾客的车辆数为 1000, 根据频率分布直方图估计该天停车时长在区间 $(400, 600]$ 上的车辆数;

(2)为了吸引顾客, 该商场准备给停车时长较短的车辆提供免费停车服务. 若以第 30 百分位数为标准, 请你根据频率分布直方图, 给出确定免费停车时长标准的建议(数据取整数).

18. (12 分)

已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\sin \beta = \frac{7\sqrt{2}}{10}$.

(1)求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值;

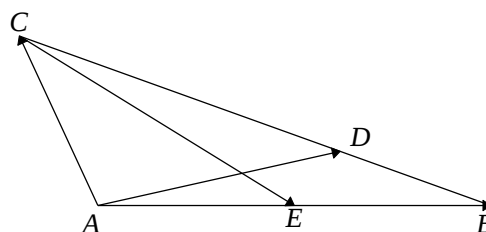
(2)求 $2\alpha + \beta$ 的值.

19. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $AC=1$, $\angle BAC=120^\circ$; 点 D 在边 BC 上且满足 $CD=2BD$.

(1)用 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{AD}$, 并求 $|\overrightarrow{AD}|$;

(2)若点 E 为边 AB 中点, 求 $\overrightarrow{CE}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 夹角的余弦值.



20. (12 分)

我校开展体能测试，甲、乙、丙三名男生准备在跳远测试中挑战 2.80 米的远度，已知每名男生有两次挑战机会，若第一跳成功，则等级为优秀，挑战结束；若第一跳失败，则再跳一次，若第二跳成功，则等级也为优秀，若第二跳失败，则等级为良好，挑战结束。已知甲、乙、丙三名男生成功跳过 2.80 米的概率分别是 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ，且每名男生每跳相互独立。记“甲、乙、丙三名男生在这次跳远挑战中获得优秀”分别为事件 A , B , C 。

(1)求 $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(C)$ ；

(2)求甲、乙、丙三名男生在这次跳远挑战中恰有两人获得良好的概率。

21. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c ，已知 $a\cos C + \sqrt{3}a\sin C = b + c$ 。

(1)求 A ；

(2)若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，且 $b=2$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围。

22. (12 分)

如图，已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$ ， AB_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$ ，所有侧棱与底面边长均为 2， D 是边 AC 中点。

(1)求证： $AB_1 \parallel$ 平面 BDC_1 ；

(2)求异面直线 BB_1 与 A_1C_1 所成的角；

(3) F 是边 CC_1 一点，且 $CF = \lambda CC_1$ ，若 $AB_1 \perp A_1F$ ，求 λ 的值。

