2021学年第一学期浙江省七彩阳光新高考研究联盟期中联考

高三数学学科试题

选择题部分（共40分）

参考公式

如果事件 A，B 互斥，那么
$P(A+B)=P(A)+P(B)$
如果事件 A，B 相互独立，那么
$P(AB)=P(A)P(B)$
如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率
$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$
台体的体积公式 $V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$
其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

柱体的体积公式 $V=Sh$
其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高
锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$
其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高
球的表面积公式
$S=4\pi R^2$
球的体积公式
$V=\frac{4}{3}\pi R^3$
其中 R 表示球的半径

一、选择题: 本大题共10小题, 每小题4分, 共40分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1.设全集为 R, 集合 $A=\{x|0<x\leq 2\},B=\{x|x>1\}$, 则 $A\cap(C_RB)=(\quad)$

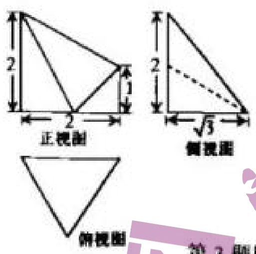
A. $\{x|0<x\leq 1\}$　　B. $\{x|0<x<1\}$
C. $\{x|1<x\leq 2\}$　　D. $\{x|x\leq 2\}$

2.已知复数 z 满足 $z(1+i)=2$,(i 为虚数单位), 则(　)

A. $|z|=2$　　B. 复数 z 的共轭复数为 $\bar{z}=1-i$
C. 复数 z 的虚部为 $-i$　　D. 复数 z 是方程 $x^2-2x+2=0$ 的一个虚根

3. 一个四棱锥的三视图如图所示, 则该四棱锥各棱棱长的最大值为(　)

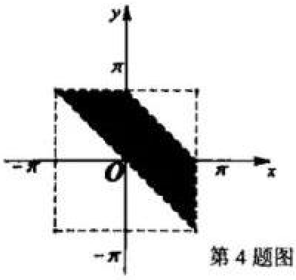
A.1　　B.2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{5}$



第3题图

4.如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $M(x,y)$ 为阴影区域内的动点 (不包括边界), 则下列不等式 恒成立的是(　)

A. $\sin(x+y)>0$　　B. $\tan(x+y)>0$　　C. $\sin(x+y)<0$　　D. $\tan(x+y)<0$



第 4 题图

5.已知 $a>0,b>0$, 则 “$\ln\frac{2a}{b}>3^b-9^a$ ”是" $a>b$ "成立的( )

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 P,Q 分别是 BC_1 和 CD_1 的中点，则下列判断错误的是( )

A. $PQ\perp CC_1$　　B. $PQ\perp$ 平面 A_1ACC_1

C. $PQ//BD$　　D. $PQ//$ 平面 ABD_1

7.已知 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, 则下列各式中正确的是( )

A. $\ln x>x-1$　　B. $x<\sin x$

C. $x^2<2^x$　　D. $x+\cos x>\frac{\pi}{2}$

8. 给定曲线 $\Gamma:x^2-xy+y^2=3$,$P(x,y)$ 为曲线 Γ 上任一点, 给出下列结论:(1) $-2\sqrt{3}\le x+y\le 2\sqrt{3}$; (2) P 不可能在圆 $x^2+y^2=2$ 的内部; (3)曲线 Γ 关于原点对称, 也关于直线 $y=\pm x$ 对称;（4)曲线 Γ 至少经过 4 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）. 其中, 正确命题的个数为( )

A.1　　B.2　　C.3　　D. 4

9.已知函数 $f(x)=|x^3+|x-a|-4|$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值为 3 , 则实数 a 的所有取值组成集合为( )

A. $\left[1+\frac{2\sqrt{3}}{9},7-\frac{2\sqrt{3}}{9}\right]\cup[-5,-3]$　　B. $[1,7]$

C. $\left\{1+\frac{2\sqrt{3}}{9},7-\frac{2\sqrt{3}}{9},-5,-3\right\}$　　D. $\{-5,-3,1,7\}$

10.已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,a_{n+1}=\sqrt{(a_n+1)\left(a_n+\frac{1}{a_n}-1\right)}(n\in N^*)$, 则( )

A. $5<a_{2021}<12$　　B. $12<a_{2021}<19$

C. $19<a_{2021}<26$　　D. $26<a_{2021}<33$

非选择题部分（共 110 分）

11.设 $x>1$ ，若 $\log_2(\log_4 x)+\log_4(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_2 x)=0$ ，则 $\log_2(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_4 x)+\log_4(\log_2 x)=$ ( )

12.若多项式 $x^2+x^8=a_0+a_1(x+1)+\cdots+a_7(x+1)^7+a_8(x+1)^8$, 则 $a_0+a_1+2a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8=$ ( )

13. 已知 $f(x)=\begin{cases}g(x),x<0,\\2^x-4,x>0\end{cases}$ 若 $y=f(x)$ 为奇函数, 则 $f(g(-1))=$ ( ); 若 $y=f(x)$ 为偶函数, 则 $f(x)\ge 0$ 的解为( ).

14.将 2 名科学家和 3 名航天员从左到右排成一排合影留念，用 ξ 表示两名科学家之间的航天员人数，则 $E(\xi)=($　$)$，$D(\xi)=($　$)$.

15. 已知 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 是同一平面内共斜边的两个直角三角形，$AB=1, BC=\sqrt{2}$，$\angle ABC=135^\circ$，则 BD 的长为(　)，$\cos\angle DBC=($　$)$.

16.已知 F_1,F_2 是双曲线 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，A,B 分别在双曲线的左右两支上，且满足 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{F_1A}$ (λ 为常数)，点 C 在 x 轴上，$\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{F_2A}$，$\frac{\overrightarrow{BF_2}\cdot\overrightarrow{BF_1}}{|\overrightarrow{BF_1}|}=\frac{\overrightarrow{BF_2}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}$，则双曲线 Γ 的离心率为(　).

17.点 P 是外接圆半径为 1 的正 n 边形 $A_1A_2\cdots A_n$ 内或边界上的点，记 $\left|\overrightarrow{PA_1}+\overrightarrow{PA_2}+\cdots+\overrightarrow{PA_n}\right|$ 的最大值为 M，当 $n=6$ 时，$M=($　$)$，当 $n=5$ 时，$M=($　$)$.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本题满分 14 分) 已知函数 $f(x)=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$，将 $y=f(x)$ 的图象横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$，纵坐标不变，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得到 $g(x)$ 的图象.

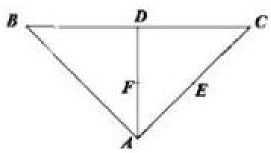
(1) 求 $g(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上的值域；

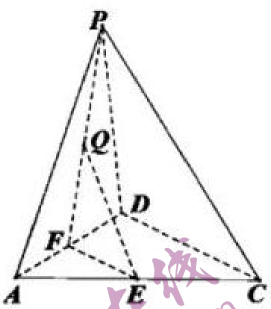
(2) 在锐角 $\triangle ABC$ 中，若 $g\left(\frac{C}{2}\right)=\sqrt{3}$，求 $\tan A+\tan B$ 的取值范围.

19. (本题满分 15 分) 如图，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=2\sqrt{2}$，D 为 BC 中点，E,F 分别为 AC,AD 中点。现将 $\triangle ABD$ 绕边 AD 翻折至 $\triangle PAD$，使面 $PAD\perp$ 面 ADC.

(1) 证明：$EF\perp$ 平面 PAD；

(2) 若 Q 是线段 PF 上的动点，求当 PC 与 EQ 所成角取得最小值时，线段 FQ 的长度。





20. (本题满分 15 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_{n+1}=3a_n+2, n\in N^*$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$，$S_{n+1}-n=S_n+b_n+n+1$，其中 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 是前 n 项和.

(1) 求数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式；

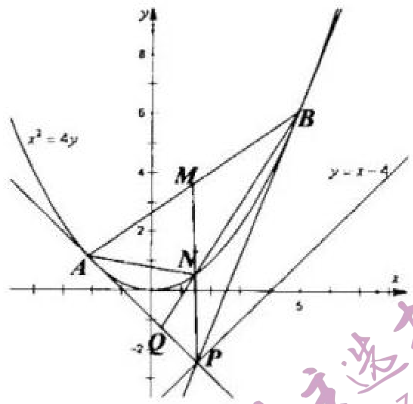
(2) 令 $c_n=\frac{2(b_n+n)}{n(a_n+1)}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n，并证明：$2\le T_n<\frac{15}{4}$.

21. (本题满分 15 分) 如图，已知抛物线 $C:x^2=4y$，过直线 $l:y=x-4$ 上任意点 P 作抛物线的

两条切线, 切点分别为 A,B;

(1) 直线 AB 是否过定点 D? 若是, 求出定点 D 的坐标; 若不是, 请说明理由;

(2) 设 M 为 AB 的中点, 连接 PM 交抛物线于点 N, 连接 BN 并延长交 AP 于点 Q, 求 $\triangle ANQ$ 面积的最小值。



22. (本题满分 15 分) 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-a(x-\ln x)$.

(1) 若函数 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 处的的切线斜率为 1, 求 a 的值;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点为 x_1,x_2, 且 $x_1<x_2$,

(1)求实数 a 的取值范围;

(2)若不等式 $f(x_1)-f(x_2)>b\left(x_1^2-x_2^2\right)$ 恒成立, 求实数 b 的取值范围.