华大新高考联盟 2018 届高三 4 月教学质量测评

理科数学参考答案和评分标准

扫码关注　查询成绩

一、选择题

1. B

【命题意图】考查集合的运算和对数不等式的解法.

【解析】由题知 $\complement_{R}A=[1,+\infty)$，$B=\{1,2\}$，则 $(\complement_{R}A)\cap B=\{1,2\}$，∴选 B.

2. C

【命题意图】考查复数的运算和模长的计算.

【解析】由题知 $z+i=(2+i)i=-1+2i$，∴$z=-1+i$，则 $|z|=\sqrt{2}$，∴选 C.

3. D

【命题意图】考查逻辑推理能力.

【解析】甲、乙在一起吃饭时，丁可以参加，∴A 错；甲、乙、丙、丁可以一起在甲家附近的餐馆吃饭，∴B 错；乙自己一个人在不在市中心吃饭无法判断，∴C 错；甲不会去市中心吃饭，没有甲参加，乙和丙不会在一起吃饭，所以丁和丙也不会出现在市中心一起吃饭，D 选项正确，∴选 D.

4. C

【命题意图】考查正态分布的运用.

【解析】∵$X\sim N(502,12^2)$，∴$P(X>490)=\dfrac{0.6826}{2}+0.5=0.8413$，∴选 C.

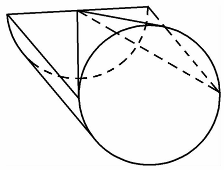
5. A

【命题意图】数学文化和程序框图的识别.

【解析】题目中框图计算结果为 $a_0+2(a_1+2(a_2+2(a_3+2a_4)))=f(2)$，判断框可填入 $k\leqslant 3$ 或 $k<4$. ∴选 A.

6. B

【命题意图】几何体的三视图和体积公式.



【解析】如图，该几何体为半圆柱和半圆锥的组合体，体积为 $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\pi\cdot 2^2\cdot 4+\pi\cdot 2^2\cdot 4\right)=\dfrac{32\pi}{3}$. ∴选 B.

7. A

【命题意图】考查函数图象的识别.

【解析】函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，关于原点对称，且 $f(x)$ 满足 $f(-x)=\cos(-x)\cdot\ln\left(\dfrac{-x-1}{-x+1}\right)=-\cos x\cdot\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)=-f(x)$，故 $f(x)$ 为奇函数，排除 C，D. 又 $x\in\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$f(x)<0$，排除 B，∴选 A.

8. C

【命题意图】考查正弦定理与三角恒等变形公式.

【解析】由正弦定理知：$\sin B=\dfrac{AC}{2R}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$B=\dfrac{\pi}{3}$，$A+C=\dfrac{2\pi}{3}$，∴$\cos(A+C)=\cos A\cos C-\sin A\sin C=-\dfrac{1}{2}$，由题知：$\sin A\sin C=\dfrac{\sqrt{3}+1}{4}$，从而 $\cos(A-C)=\cos A\cos C+\sin A\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，又 $A>C$，∴$A-C=\dfrac{\pi}{6}$，∴$A=\dfrac{5\pi}{12}$，$C=\dfrac{\pi}{4}$，∴选 C.

9. B

【命题意图】考查二项式定理展开项的求解以及赋值法的运用.

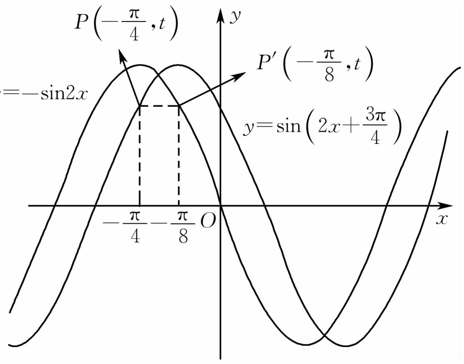
【解析】令 $x=1$ 得展开式中各项系数之和为 3,$(2-\sqrt[4]{x})^6$ 展开的通项为 $C_6^r 2^{6-r}(-1)^r x^{\frac{r}{4}}$,故 x 的系数为 $2\cdot C_6^4 2^{6-4}(-1)^4+C_6^6 2^{6-6}(-1)^6=121$,所以不含 x 一次项的各项系数的和为 $3-121=-118$,∴选 B.

10. D

【命题意图】考查双曲线的几何性质以及圆的弦长问题.

【解析】点 F 到直线 $y=\frac{b}{a}x$ 的距离为 b,则由勾股定理知 $\left(\frac{1}{2}|AB|\right)^2+b^2=a^2$,即 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2+b^2=a^2$,∴$a^2=2b^2$,∴离心率 $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$. ∴选 D.

11. A



【命题意图】三角函数图象变换和图象的应用.

【解析】由题知:$t=\sin\left[2\times\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{3\pi}{4}\right]=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

而由图象知:s 的最小值为 $\frac{\pi}{8}$. ∴选 A.

12. A

【命题意图】考查函数的性质及导函数的应用.

【解析】$f'(x)=1+\frac{m}{x^2}-\frac{2}{x}=\frac{x^2-2x+m}{x^2}$,∴$x_1,x_2$ 为方程 $x^2-2x+m=0$ 的两根,由韦达定理知:$x_1+x_2=2,x_1x_2=m$,又 $0<x_1<x_2$,∴$x_2\in(1,2)$,

而 $mx_2=x_1x_2^2=(2-x_2)x_2^2=-x_2^3+2x_2^2$,

设 $h(x)=-x^3+2x^2,x\in(1,2),h'(x)=-3x^2+4x$,易知 $x\in\left(1,\frac{4}{3}\right),h'(x)>0,h(x)$ 单调递增;$x\in\left(\frac{4}{3},2\right),h'(x)<0,h(x)$ 单调递减,而 $h(1)=1,h(2)=0,h\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{32}{27}$,∴$h(x)\in\left(0,\frac{32}{27}\right]$.

∴$mx_2\in\left(0,\frac{32}{27}\right]$,∴选 A

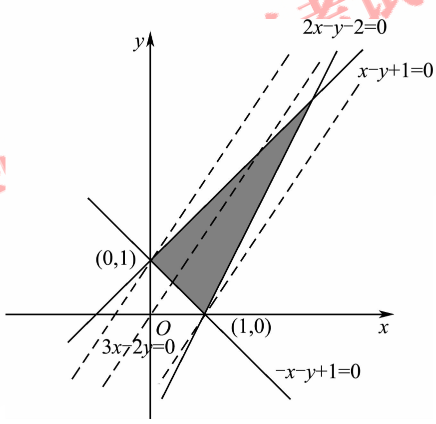
二、填空题

13. $\frac{\pi}{3}$.

【命题意图】考查向量的数量积和向量夹角的求解.

【解析】$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2)\cdot(\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2)=\boldsymbol{e}_1^2+\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2-2\boldsymbol{e}_2^2=-1+\cos\theta=-\frac{1}{2}$ 得 $\cos\theta=\frac{1}{2}$,∴$\theta=\frac{\pi}{3}$,应填 $\frac{\pi}{3}$.

14. $[-2,3]$.



【命题意图】考查简单的线性规划.

【解析】画出不等式组表示的平面区域如图中的阴影部分所示. 作直线 $y=\frac{3}{2}x$,平移该直线,当平移到经过点(0,1)时,相应直线在 y 轴上的截距最大,此时 $z=3x-2y$ 取最小值,最小值为 $z_{\min}=3\times0-2\times1=-2$,当平移到经过点(1,0)时,相应直线在 y 轴上的截距最小,此时 $z=3x-2y$ 取最大值,最大值为 $z_{\max}=3\times1-2\times0=3$,∴$z$ 的取值范围为

$[-2,3]$，∴应填$[-2,3]$.

15. $8\sqrt{6}\pi$.

【命题意图】考查空间几何结构的认识和几何体外接球的计算.

【解析】由$\angle BCD+\angle DAB=\pi$知：$A,B,C,D$四点在以$AC$为直径的圆上，而$PA\perp$平面$\beta$，∴球心为$PC$的中点，且半径$R=\sqrt{(\frac{PA}{2})^2+(\frac{AC}{2})^2}=\sqrt{6}$，∴球的体积为$8\sqrt{6}\pi$，∴应填$8\sqrt{6}\pi$.

16. 2.

【命题意图】考查直线与抛物线的位置关系.

【解析】设直线l：$y=k(x-2)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，将直线方程代入抛物线方程得：$k^2x^2-4(1+k^2)x+4k^2=0$，由韦达定理知：$x_1\cdot x_2=4$， ① 分别过点A,B作准线的垂线AA_1,BB_1，垂足分别为点A_1,B_1，∴$\frac{S_{\triangle ACF}}{S_{\triangle BCF}}=\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{|AA_1|}{|BB_1|}=\frac{|AF|}{|BF|}=\frac{x_1+1}{x_2+1}=\frac{2}{5}$，

即$5x_1-2x_2+3=0$， ② 联立①②，解得：$x_1=1$，∴$|AF|=2$. ∴应填2.

三、解答题

17. 【命题意图】考查数列通项公式a_n和其前n项和S_n的关系以及数列求和.

【解析】(Ⅰ)由$2S_n=a_n^2-2S_{n-1}+1$知：$2S_{n-1}=a_{n-1}^2-2S_{n-2}+1$，$(n\geqslant 3)$，

两式相减得：$2a_n=a_n^2-a_{n-1}^2-2a_{n-1}$， ………………………… 2分

即$2(a_n+a_{n-1})=(a_n-a_{n-1})(a_n+a_{n-1})$，又数列$\{a_n\}$为单调递增数列，$a_1=1$，∴$a_n+a_{n-1}>0$，

∴$a_n-a_{n-1}=2(n\geqslant 3)$， ………………………… 4分

又当$n=2$时，$2(a_1+a_2)=a_2^2-2a_1+1$，即$a_2^2-2a_2-3=0$，解得$a_2=3$或$a_2=-1$(舍)，

符合$a_n-a_{n-1}=2$，∴$\{a_n\}$是以1为首项，以2为公差的等差数列，

∴$a_n=1+(n-1)\times 2=2n-1$. ………………………… 6分

(Ⅱ)$b_n=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，

∴$T_n=\frac{1}{2}(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=\frac{1}{2}(\frac{1}{1}-\frac{1}{2n+1})$， ………………………… 10分

又∵$T_n>\frac{9}{19}$，即$\frac{1}{2}(\frac{1}{1}-\frac{1}{2n+1})>\frac{9}{19}$，解得$n>9$，

又$n\in\mathbf{N}_+$，所以n的最小值为10. ………………………… 12分

18. 【命题意图】考查面面垂直的性质和判定，空间角的求解.

【解析】(Ⅰ)证明：∵$\triangle PAD$为等边三角形，E为AD中点，∴$PE\perp AD$， ………………………… 2分

又平面$PAD\perp$平面$ABCD$，平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，$PE\subset$平面PAD，

∴$PE\perp$平面EBC，而$PE\subset$平面PEC，

∴平面$PEC\perp$平面EBC. ………………………… 4分

(Ⅱ)如图，在平面$ABCD$中，作$EF\perp AD$交BC于点F. 易知$PE\perp EF$，以EA,EF,EP分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系.

设$PA=2$，则$AB=2\lambda$，

∴$E(0,0,0)$，$P(0,0,\sqrt{3})$，$B(1,2\lambda,0)$，$C(-1,\lambda,0)$，

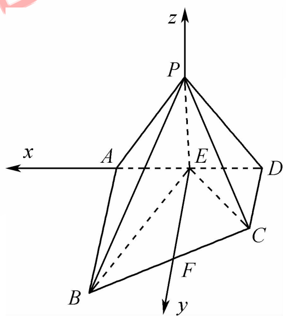
$\overrightarrow{BC}=(-2,-\lambda,0)$，$\overrightarrow{PB}=(1,2\lambda,-\sqrt{3})$， ………………………… 6分

易知，平面EBC的一个法向量$\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，

设平面PBC的一个法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}-2x-\lambda y=0,\\ x+2\lambda y-\sqrt{3}z=0,\end{cases}$

不妨令$y=1$，解得$\boldsymbol{n}=(-\frac{\lambda}{2},1,\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda)$， ………………………… 10分



由题知：$\left|\cos\frac{\pi}{3}\right|=\left|\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}\right|=\left|\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1\times\sqrt{\frac{\lambda^2}{4}+1+\frac{3\lambda^2}{4}}}\right|=\frac{1}{2}$，解得 $\lambda=\frac{\sqrt{2}}{2}$. …………………… 12 分

19. 【命题意图】本题考查线性回归分析、随机事件概率计算以及随机变量的期望.

【解析】(Ⅰ)由题知：$\bar{t}=3,\bar{y}=47,\sum_{i=1}^{5}t_iy_i=852,\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}=\sqrt{10}$，

$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}=\sqrt{2278}$，

$$\therefore r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_iy_i-n\bar{t}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$$

$$=\frac{147}{\sqrt{22780}}=\frac{147}{2\sqrt{5695}}\approx\frac{147}{150.94}\approx0.97>0.75.$$

$\therefore y$ 与 t 的线性相关程度很高，可用线性回归模型拟合. …………………………………………… 4 分

(Ⅱ)(ⅰ)选择方案二比方案一更优惠则需要至少中奖一次，设顾客没有中奖为事件 A，则 $P(A)=C_3^0(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$，

故所求概率为 $P=1-P(A)P(A)=\frac{63}{64}$. ……………………………………………………………… 7 分

(ⅱ)若选择方案一，则需付款 1000－100＝900 元，

若选择方案二，设付款 X 元，则 X 可能取值为 700，800，900，1000.

$P(X=700)=C_3^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$；

$P(X=800)=C_3^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$；

$P(X=900)=C_3^1\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$；

$P(X=1000)=C_3^0\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$.

$\therefore E(X)=700\times\frac{1}{8}+800\times\frac{3}{8}+900\times\frac{3}{8}+1000\times\frac{1}{8}=850$ 元，

$\because 850<900$，$\therefore$ 选择方案二更划算. ………………………………………………………… 12 分

20. 【命题意图】圆锥曲线的综合应用.

【解析】(Ⅰ)由题知 $e=\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore a^2=2$，$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………… 1 分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，将直线 $y=x+m$ 代入椭圆方程得：$3x^2+4mx+2m^2-2=0$，

$\therefore$ 由韦达定理知：$x_1+x_2=-\frac{4m}{3}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-2}{3}$. ………………………………………………… 2 分

$\because OA\perp OB$，$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$，即

$x_1x_2+(x_1+m)(x_2+m)=2x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2=0$，

将 $x_1+x_2=-\frac{4m}{3}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-2}{3}$ 代入得 $\frac{2(2m^2-2)-4m^2+3m^2}{3}=0$，即 $3m^2=4$，

解得 $m=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$，又 $\because m>0$，$\therefore m=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$\frac{|BM|}{|BN|}=\lambda$，$N(x_3,y_3)$，

由题知$\overrightarrow{OM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}$，∴$M(\frac{2}{3}x_1,\frac{2}{3}y_1)$，

∴$\overrightarrow{BM}=(\frac{2}{3}x_1-x_2,\frac{2}{3}y_1-y_2)$，$\overrightarrow{BN}=(x_3-x_2,y_3-y_2)$.

又∵$\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BN}$，∴$(\frac{2}{3}x_1-x_2,\frac{2}{3}y_1-y_2)=\lambda(x_3-x_2,y_3-y_2)$，即

$x_3=\frac{2}{3\lambda}x_1+\frac{\lambda-1}{\lambda}x_2$，$y_3=\frac{2}{3\lambda}y_1+\frac{\lambda-1}{\lambda}y_2$. ………………………………………………………… 8 分

∵点 $N(x_3,y_3)$在椭圆 C 上，∴$\frac{(\frac{2}{3\lambda}x_1+\frac{\lambda-1}{\lambda}x_2)^2}{2}+(\frac{2}{3\lambda}y_1+\frac{\lambda-1}{\lambda}y_2)^2=1$，

即$\frac{4}{9\lambda^2}(\frac{x_1^2}{2}+y_1^2)+\frac{(\lambda-1)^2}{\lambda^2}(\frac{x_2^2}{2}+y_2^2)+\frac{4(\lambda-1)}{3\lambda^2}(\frac{x_1x_2}{2}+y_1y_2)=1$.　(＊) …………………… 10 分

∵$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$在椭圆 C 上，∴$\frac{x_1^2}{2}+y_1^2=1$，①　$\frac{x_2^2}{2}+y_2^2=1$，②

又直线 OA，OB 斜率之积为$-\frac{1}{2}$，∴$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=-\frac{1}{2}$，即$\frac{x_1x_2}{2}+y_1y_2=0$，③

将①②③代入(＊)得$\frac{4}{9\lambda^2}+\frac{(\lambda-1)^2}{\lambda^2}=1$，解得 $\lambda=\frac{13}{18}$，

∴$\frac{|BM|}{|BN|}$的值为$\frac{13}{18}$. ……………………………………………………………………………… 12 分

21.【命题意图】考查函数性质与导数的综合应用.

【解析】(Ⅰ)∵$x>0$，∴要证 $f(x)+x=x\ln x-x^2+x\leqslant 0$，即证 $\ln x-x+1\leqslant 0$.

设 $\varphi(x)=\ln x-x+1$，$\varphi'(x)=\frac{1}{x}-1$，

令 $\varphi'(x)=0$ 得 $x=1$，　………………………………………………………………………… 2 分

且 $x\in(0,1)$，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$单调递增；$x\in(1,+\infty)$，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$单调递减，

∴$\varphi(x)\leqslant\varphi(x)_{\max}=\varphi(1)=0$，

即 $\ln x-x+1\leqslant 0$ 成立，也即 $f(x)+x\leqslant 0$. ……………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)设 $g(x)=f'(x)=1+\ln x-2ax$，$g'(x)=\frac{1}{x}-2a$.

①当 $a>0$ 时，令 $g'(x)=\frac{1}{x}-2a=0$ 得：$x=\frac{1}{2a}$.

$x\in(0,\frac{1}{2a})$，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增；$x\in(\frac{1}{2a},+\infty)$，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减.

若 $g(\frac{1}{2a})\leqslant 0$，$f'(x)\leqslant 0$ 恒成立，$f(x)$无极值；

若 $g\left(\frac{1}{2a}\right)>0$，即 $g\left(\frac{1}{2a}\right)=\ln\frac{1}{2a}>0$，∴$0<a<\frac{1}{2}$.

∵$g\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{2a}{e}<0$，∴由根的存在性定理知，$g(x)$在$\left(\frac{1}{e},\frac{1}{2a}\right)$上必有一根.

∵$g\left(\frac{1}{a^2}\right)=-2\ln a+1-\frac{2}{a}$，下证：当 $0<a<\frac{1}{2}$，$-2\ln a+1-\frac{2}{a}<0$.

令 $h(a)=-2\ln a+1-\frac{2}{a}$，$a\in(0,+\infty)$，∴$h'(a)=-\frac{2}{a}+\frac{2}{a^2}=\frac{2(1-a)}{a^2}$.

当 $a\in(0,1)$时，$h'(a)>0$，$h(a)$单调递增；当 $a\in(1,+\infty)$时，$h'(a)<0$，$h(a)$单调递减，

∴当 $a\in(0,+\infty)$时，$h(a)\leqslant h(1)=-1<0$，

∴当 $a\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$时，$h(a)=-2\ln a+1-\frac{2}{a}<0$，即 $g\left(\frac{1}{a^2}\right)<0$，

由根的存在性定理知，$g(x)$在$\left(\frac{1}{2a},\frac{1}{a^2}\right)$上必有一根.

此时 $f(x)$在$(0,+\infty)$上有两个极值点，故 $a>0$ 不符合题意. ………………………………… 7 分

②当 $a<0$ 时，$g'(x)>0$ 恒成立，$g(x)$单调递增，

当 $x=e^{-1}$时，$g(e^{-1})=-\frac{2a}{e}>0$；

当 $x=e^{a-1}$时，$g(e^{a-1})=a-2ae^{a-1}=a(1-2e^{a-1})$，下证：当 $a<0$ 时，$1-2e^{a-1}>0$.

令 $H(a)=1-2e^{a-1}$，$\because H(a)$在$(-\infty,0)$上单调递减，$\therefore H(a)\geqslant H(0)=1-\frac{2}{e}>0$，

$\therefore$当 $a<0$ 时，$g(e^{a-1})=a(1-2e^{a-1})<0$，

$\therefore$由根的存在性定理知，$g(x)$在(e^{a-1},e^{-1})上必有一根.

即 $f'(x)=0$ 有唯一的零点 x_0，$f(x)$只有一个极值点 x_0，且 $x_0\in(e^{a-1},e^{-1})$，满足题意.

$\therefore a<0$. ……………………………………………………………………………………… 9 分

由题知 $f(x_0)=x_0\ln x_0-ax_0^2$，又 $f'(x_0)=1+\ln x_0-2ax_0=0$，$\therefore ax_0=\frac{1}{2}(1+\ln x_0)$，

$\therefore f(x_0)=x_0\ln x_0-\frac{1}{2}x_0(1+\ln x_0)=\frac{1}{2}x_0\ln x_0-\frac{1}{2}x_0$.

设 $t(x)=\frac{1}{2}x\ln x-\frac{1}{2}x$，$t'(x)=\frac{1}{2}\ln x$，

当 $x\in(0,\frac{1}{e})$，$t'(x)<0$，$t(x)$单调递减，

$\therefore t(x)>t(\frac{1}{e})=-\frac{1}{e}$，$\therefore f(x_0)>-\frac{1}{e}$成立. ……………………………………………… 12 分

22. 【命题意图】考查参数方程和极坐标几何意义的应用.

【解析】(Ⅰ)直线 l 的直角坐标方程为 $y=x(x\geqslant 0)$，

曲线 C_1 是以$(3,1)$为圆心，以$\sqrt{2}$为半径的圆，其直角坐标方程为：$(x-3)^2+(y-1)^2=2$，

联立$\begin{cases} y=x(x\geqslant 0), \\ (x-3)^2+(y-1)^2=2, \end{cases}$

解得 $x=2,y=2$，

故直线 l 与曲线 C_1 有一个公共点$(2,2)$. ………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)将 $\theta=\frac{\pi}{4}$代入曲线 C_2 的方程得：$\rho(\sin\frac{\pi}{4}+2\cos\frac{\pi}{4})=\rho^2\cos^2\frac{\pi}{4}+m$，

即 $\rho^2-3\sqrt{2}\rho+2m=0$，由题知 $\Delta=(3\sqrt{2})^2-8m>0$，解得 $0<m<\frac{9}{4}$.

设方程两根分别为 $\rho_1,\rho_2(\rho_1<\rho_2)$，

则由韦达定理知：$\rho_1+\rho_2=3\sqrt{2}$，$\rho_1\rho_2=2m$，

由$|OA|=|AB|$知$|OB|=2|OA|$，即 $\rho_2=2\rho_1$，

$\therefore \rho_1=\sqrt{2}$，$\rho_2=2\sqrt{2}$，$m=2$. ………………………………………………………… 10 分

23. 【命题意图】绝对值三角不等式的应用和不等式证明.

【解析】(Ⅰ)由$|x+1|+|x-m|\geqslant|(x+1)-(x-m)|=|m+1|$知：$|m+1|=3$，解得 $m=2$ 或 $m=-4$(舍). ……………………………………………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $a+b+c=2$，

又 $a^3+b^3-a^2b-ab^2=(a-b)(a^2-b^2)=(a-b)^2(a+b)\geqslant 0$，

$\therefore a^3+b^3\geqslant a^2b+ab^2=ab(a+b)=ab(2-c)=2ab-abc$，

同理 $b^3+c^3\geqslant 2bc-abc$，$c^3+a^3\geqslant 2ca-abc$，

$\therefore 2(a^3+b^3+c^3)\geqslant 2ab+2bc+2ca-3abc$. ……………………………………………… 10 分