

高二年级七月名校联合测评数学试卷参考答案

选择题:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	C	B	D	B	C	C	BCD	AC	ACD	BC

填空题:

13. $\frac{3\pi}{4}$ 14. $\frac{1}{6}$ 15. $-10x^2$ 16. 420

解答题:

17. (10分) (1) 0.030; 31

(2) 解: 由(1)知, 重量落在 $[5, 15]$ 的频率为0.2, 由样本估计总体得其概率为0.2,

因为 X 可取0, 1, 2, 3, 且 $X \sim B\left(3, \frac{1}{5}\right)$,

$$P(X=0) = C_3^0 \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}, \quad P(X=1) = C_3^1 \times \frac{1}{5} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{48}{125},$$

$$P(X=2) = C_3^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{125}, \quad P(X=3) = C_3^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125},$$

所以 X 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

所以 X 的数学期望为 $E(X) = 0 + \frac{48}{125} + \frac{24}{125} + \frac{3}{125} = \frac{3}{5}$ (或直接由 $E(X) = 3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$).

18. (12分) (1) $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x - \cos \omega x = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega x - \frac{1}{2} \cos \omega x \right) = 2 \sin \left(\omega x - \frac{\pi}{6} \right)$,

因为函数 $f(x)$ 图象的两条相邻对称轴之间的距离为 π ,

所以 $\frac{1}{2}T = \pi$, 则 $T = 2\pi$, 所以 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi$, 解得 $\omega = 1$, 所以 $f(x) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

由 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, 解得 $-\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

因此 $f(x)$ 的单调增区间是 $\left[-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right]$, $k \in \mathbb{Z}$.

(2) 由 $f(x) = 2 \sin \left(\omega x - \frac{\pi}{6} \right)$, 函数 $f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{\pi}{2}, 0 \right)$ 对称,

所以 $\frac{\pi\omega}{2} - \frac{\pi}{6} = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, 所以 $\omega = 2k + \frac{1}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$,

答案第1页, 共4页

由 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$, $\omega > 0$, 则 $\omega x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi\omega}{3} - \frac{\pi}{6}\right]$, 又函数 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调,

所以 $\begin{cases} \frac{\pi\omega}{3} - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} \\ \omega > 0 \end{cases}$, 解得 $0 < \omega \leq 2$, 由 $0 < 2k + \frac{1}{3} \leq 2$, $k \in \mathbb{Z}$ 解得 $k = 0$, 此时 $\omega = \frac{1}{3}$.

19. (12分) (1) 当 $0 < x < 50$ 时,

$$y = 500x - (10x^2 + 100x + 800) - 250 = -10x^2 + 400x - 1050,$$

$$\text{当 } x \geq 50 \text{ 时, } y = 500x - \left(504x + \frac{10000}{x-2} - 6450\right) - 250 = -\left(4x + \frac{10000}{x-2}\right) + 6200,$$

$$\text{所以 } y = \begin{cases} -10x^2 + 400x - 1050, & 0 < x < 50 \\ -\left(4x + \frac{10000}{x-2}\right) + 6200, & x \geq 50 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 当 } 0 < x < 50 \text{ 时, } y = -10x^2 + 400x - 1050 = -10(x-20)^2 + 2950,$$

$$\therefore \text{ 当 } x = 20 \text{ 时, } y_{\max} = 2950,$$

当 $x \geq 50$ 时,

$$y = -\left(4x + \frac{10000}{x-2}\right) + 6200 = -4(x-2) - \frac{10000}{x-2} + 6192 \leq -2\sqrt{40000} + 6192 = 5792,$$

$$\text{当且仅当 } 4(x-2) = \frac{10000}{x-2}, \text{ 即 } x = 52 \text{ 时, } y_{\max} = 5792,$$

因此当年产量为 52 (千部) 时, 企业所获利润最大, 最大利润是 5792 万元.

20. (12分) (1) 对于方案一, 由条件可知 X 有可能取值为 3, 4, 5, 6,

$$P(X=3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}, \quad P(X=4) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{37}{72},$$

$$P(X=5) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}, \quad P(X=6) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36},$$

$\therefore X$ 的分布列为:

X	3	4	5	6
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{37}{72}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{36}$

$$\text{期望值 } E(X) = 3 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{37}{72} + 5 \times \frac{1}{3} + 6 \times \frac{1}{36} = \frac{307}{72}.$$

(2) 对于方案二, 由条件可得 Y 值为 3, 4, 5, 6,

$$P(Y=3) = \frac{C_3^3}{C_6^3} = \frac{1}{20}, \quad P(Y=4) = \frac{C_3^1 C_3^2}{C_6^3} = \frac{9}{20},$$



$$P(Y=5) = \frac{C_3^1 C_2^2}{C_5^3} = \frac{9}{20}, \quad P(Y=6) = \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{1}{20},$$

$$\therefore Y \text{ 的期望值 } E(Y) = 3 \times \frac{1}{20} + 4 \times \frac{9}{20} + 5 \times \frac{9}{20} + 6 \times \frac{1}{20} = \frac{9}{2}$$

$\therefore E(Y) > E(X)$ 所以方案二员工获得奖金数额的数学期望值会更高.

(3) 由 (1) (2) 可知, 平均每位员工获得奖金的数学期望的最大值为 $E(Y) = 4.5$,

则给员工颁发奖金的总数为 $4.5 \times 1000 = 4500$ (万元),

设每位职工为企业的贡献的数额为 ξ , 所以获得奖金的职工数约为

$$1000P(\xi > 115) = 1000P(\xi > \mu + \sigma) = \frac{1000[1 - P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma)]}{2}$$

$$\approx \frac{1000(1 - 0.6826)}{2} = 158.7 \approx 159 \text{ (人)}$$

则获奖员工可以获得奖金的平均数值为 $\frac{4500}{159} \approx 28$ (万元).

21. (12分) (1) 因为 $g(x) = \ln x$, 所以 $h(x) = x \cdot g(x) = x \ln x (x > 0)$,

所以 $h'(x) = 1 + \ln x$, 令 $h'(x) = 0 \Rightarrow 1 + \ln x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$, 列表如下:

x	$\left(0, \frac{1}{e}\right)$	$\frac{1}{e}$	$\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$	单调递减	极小值	单调递增

由表格可知: $h(x)$ 的单调减区间为 $\left(0, \frac{1}{e}\right)$, $h(x)$ 的单调增区间为 $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$,

$h(x)$ 的极小值为 $h\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} \ln \frac{1}{e} = -\frac{1}{e}$, 无极大值.

(2) 因为 $f(x) = xe^x - x$, $g(x) = \ln x$, 所以 $F(x) = f(x) - g(x) = xe^x - x - \ln x (x > 0)$,

$$\text{所以, } F'(x) = e^x + xe^x - 1 - \frac{1}{x} = \frac{(x+1)(xe^x - 1)}{x} \quad (x > 0)$$

由 $x > 0 \Rightarrow x+1 > 0$, 所以令 $\varphi(x) = xe^x - 1$,

所以 $\varphi'(x) = e^x + xe^x = e^x(x+1) > 0$, 所以 $\varphi(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

$$\text{而 } \varphi\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{\sqrt{e}}{2} - 1 < \frac{\sqrt{4}}{2} - 1 = 1 - 1 < 0, \quad \varphi(1) = e - 1 > 0,$$

由零点存在性定理可知, 存在一个 $x_0 \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使得 $\varphi(x_0) = 0$,

则有 $x_0 e^{x_0} - 1 = 0 \Rightarrow e^{x_0} = \frac{1}{x_0}$, 即 $x_0 = -\ln x_0$

有上述对函数 $F(x)$ 分析: 列表如下:

x	$(0, x_0)$	x_0	$(x_0, +\infty)$
$F'(x)$	-	0	+
$F(x)$	单调递减	极小值	单调递增

故 $F(x)_{\min} = F(x_0) = x_0 e^{x_0} - x_0 - \ln x_0 = x_0 e^{x_0} + \ln x_0 - \ln x_0 = x_0 e^{x_0} = x_0 \cdot \frac{1}{x_0} = 1$.

所以函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 的最小值为 1.

22. (12 分) (1) 解: 设妻子驾车天数为 X , 则 X 的可能取值为: 0, 1, 2,

由题意可知: $P(X=0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$,

$P(X=1) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{19}{32}$, $P(X=2) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$,

所以 X 的分布列如下表所示:

X	0	1	2
P	$\frac{1}{32}$	$\frac{19}{32}$	$\frac{3}{8}$

所以 $E(X) = 0 \times \frac{1}{32} + 1 \times \frac{19}{32} + 2 \times \frac{3}{8} = \frac{43}{32}$;

(2) 假设第 $n-1$ ($n \geq 2$) 天, 丈夫驾车的概率为 p_{n-1} , 则妻子驾车的概率为 $1-p_{n-1}$,

此时第 n 天时, 由丈夫驾车的概率为 $p_n = p_{n-1} \times \frac{1}{4} + 1 - p_{n-1} = 1 - \frac{3}{4} p_{n-1}$,

即 $4p_n = 4 - 3p_{n-1}$, 则有 $4\left(p_n - \frac{4}{7}\right) = -3\left(p_{n-1} - \frac{4}{7}\right)$,

所以 $\frac{p_n - \frac{4}{7}}{p_{n-1} - \frac{4}{7}} = -\frac{3}{4}$, 因为 $p_1 - \frac{4}{7} = \frac{1}{2} - \frac{4}{7} = -\frac{1}{14}$,

所以 $\left\{p_n - \frac{4}{7}\right\}$ 是以 $-\frac{1}{14}$ 为首项, $-\frac{3}{4}$ 为公比的等比数列,

即 $p_n - \frac{4}{7} = -\frac{1}{14} \times \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$, 故 $p_n = \frac{4}{7} - \frac{1}{14} \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

答案第 4 页, 共 4 页

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线