

哈三中 2021—2022 学年度 上学期高三学年期末考试数学（文）试卷

本试卷共 23 题，共 150 分，共 8 页，考试时间 120 分钟。

注意事项：1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚。

2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂，非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整，字迹清楚。

3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。

4. 保持卡面清洁，不得折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、刮纸刀。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合 $U = \{x | x < 5, x \in N^*\}$ ， $M = \{x | x^2 - 5x + 4 = 0\}$ ，则 $\complement_U M =$ ()

- A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{1, 4\}$ D. $\{2, 3, 5\}$

2. 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()

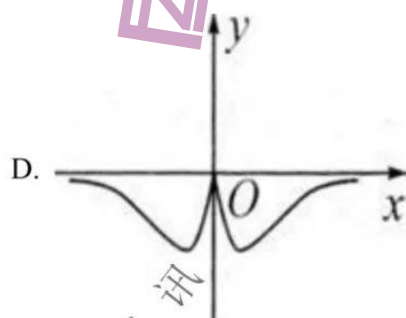
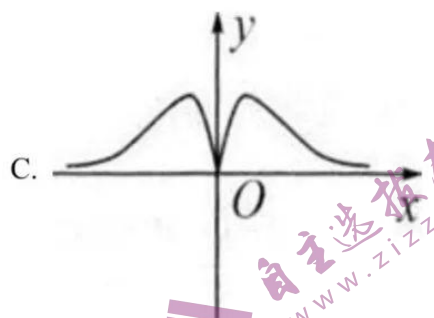
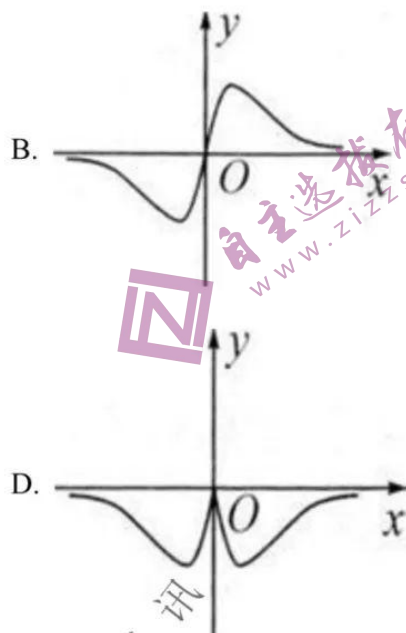
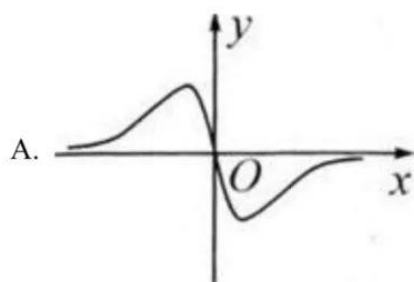
- A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = e^{-x}$ C. $y = \lg|x|$ D. $y = -x^2 + 1$

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{4}$ ， $a_3 a_5 = 4(a_4 - 1)$ ，则 $a_2 =$ ()

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

4. 已知函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right)$ ($x \in R$)，下面结论错误的是()
- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π B. 函数 $f(x)$ 是偶函数
- C. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称 D. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上是增函数
5. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$ ，则目标函数 $z = x + 2y$ 取最大值时的最优解是()
- A. $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$ C. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ D. $(2, -1)$
6. 已知 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \frac{6}{5}$ ，则 $\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) =$ ()
- A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
7. 已知圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 截直线 $x + y + 2 = 0$ 所得弦的长度为 4，则实数 a 的值是()
- A. -2 B. -4 C. -6 D. -8
8. 下列说法正确的是()
- A. 函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的最小值是 2
- B. 函数 $f(x) = \cos x + \frac{4}{\cos x}$ ($x \in (0, \frac{\pi}{2})$) 的最小值等于 4
- C. 若 $x, y \in R$ ，则 $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 的最小值是 2
- D. 函数 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ 的最小值是 2

9. 函数 $f(x) = \frac{\ln(\sqrt{x^2+1}-x)}{e^x+e^{-x}}$ 的图象大致为 ()

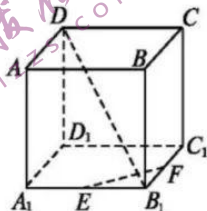


10. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 A_1B_1, B_1C_1 的中点, 则异面直线 DB_1 与 EF 所成角为 ()

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{6}$



11. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, P 为椭圆上一点,

且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot (\overrightarrow{OF_1} + \overrightarrow{OP}) = 0$ (O 为坐标原点). 若 $|\overrightarrow{PF_1}| = \sqrt{2} |\overrightarrow{PF_2}|$, 则椭圆的离心率为 ()

A. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{6} - \sqrt{5}$

D. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{2}$

12. 若 $0 < x_1 < x_2 < 1$, 则 ()

- A. $e^{x_2} - e^{x_1} > \ln x_2 - \ln x_1$ B. $e^{x_2} - e^{x_1} < \ln x_2 - \ln x_1$
C. $x_2 e^{x_1} > x_1 e^{x_2}$ D. $x_2 e^{x_1} < x_1 e^{x_2}$

第II卷 (非选择题, 共 90 分)

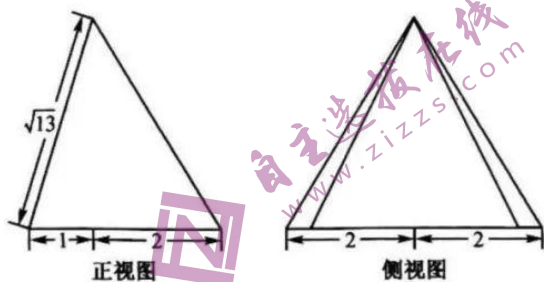
二、填空题: (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若向量 $\vec{a} = (x+1, 2)$ 和向量 $\vec{b} = (1, -2)$ 垂直, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.

14. 直线 $3x + 4y - 3 = 0$ 与直线 $6x + my + 14 = 0$ 平行, 则它们之间的距离是 _____.

15. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且 $a_{n+1} = a_1 + a_n + n$ ($n \in N^*$), 则 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2022}} =$ _____.

16. 已知某圆锥被一过该圆锥顶点的平面所截得到的几何体的正视图与侧视图如图所示, 若该圆锥的顶点与底面圆周都在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 _____.



三、解答题：(本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $2\cos C(a\cos B + b\cos A) = c$ 。

(I) 求角 C 的值；

(II) 若 $c = \sqrt{3}$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长。

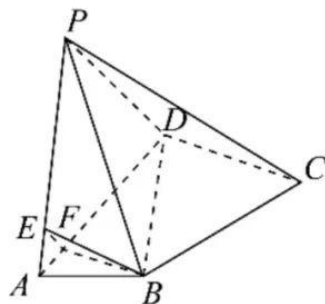
18. (本小题满分 12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $\triangle PAD$ 和 $\triangle ABCD$ 都是等边三角形，

平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $AD = 4$ ， $AB = 2$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ 。

(I) 求证： $CD \perp PA$ ；

(II) E, F 分别是棱 PA ， AD 上的点，当平面 $BEF \parallel$ 平面 PCD 时，求四棱锥 $C-PEFD$ 的体积。



19. (本小题满分 12 分)

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $na_{n+1} = (n+1)a_n + n(n+1)$, $n \in N^*$.

(I) 证明: 数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是等差数列;

(II) 设 $b_n = 3^n \cdot \sqrt{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

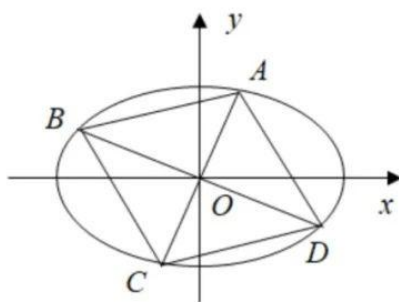
20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆 C 过点

$P(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 且 $PF_2 \perp x$ 轴, O 为坐标原点.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 如图, 菱形 $ABCD$ 内接于椭圆 C , 菱形中心在坐标原点, 求菱形 $ABCD$ 面积的最小值.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 - b}{x} - 2 \ln x$ 的图象在 $x = 1$ 处的切线过点 $(0, 2 - 2a)$,

$a, b \in R$.

(I) 若 $a + b = \frac{8}{5}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值点;

(II) 设 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$ 是函数 $f(x)$ 的两个极值点, 若 $\frac{1}{e} < x_1 < 1$, 证明:

$|f(x_2) - f(x_1)| < 1$. (提示 $e^2 \approx 7.40$)

[选做题]本大题包括 22、23 两小题,请选定其中一题,若多做,则按作答的第一题评分。

解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 2 \cos \alpha \\ y = 2 + 2 \sin \alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}).$$
 M 是

C_1 上的动点, P 点满足 $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OM}$, P 点的轨迹为曲线 C_2 .

(I) 求 C_2 的方程;

(II) 在以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 射线 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 与 C_1 的异于极

点的交点为 A , 与 C_2 的异于极点的交点为 B , 求 $|AB|$.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x-2| + a$, $g(x) = |x+4|$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(I) 解不等式 $f(x) < g(x) + a$;

(II) 任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) + g(x) > a^2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

