

巴蜀中学 2024 届高三适应性月考卷 (二)

数 学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合  $A = \{(x, y) | x = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = 2\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $\emptyset$                       B.  $\{1, 2\}$                       C.  $\{(1, 2)\}$                       D.  $[1, 2]$
2. 角  $\alpha$  的终边上一点  $P$  的坐标为  $(\sqrt{3}, t)$ , 且  $\sin \alpha = \frac{2}{t}$  ( $t \neq 0$ ), 则  $\tan \alpha =$   
A.  $\pm\sqrt{2}$                       B.  $\pm\sqrt{6}$                       C.  $\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{6}$
3. 变量  $x, y$  之间有如下对应数据:

$x$	4	4.5	5.5	6
$y$	12	11	10	$m$

- 已知变量  $y$  对  $x$  呈线性相关关系, 且回归方程为  $\hat{y} = -1.4x + 17.5$ , 则  $m$  的值是  
A. 10                      B. 9                      C. 8                      D. 7
4. 化简  $\sqrt{\frac{1-\cos 160^\circ}{2}} + \sqrt{1-\sin 160^\circ}$  的结果是  
A.  $\cos 10^\circ$                       B.  $\sin 10^\circ$                       C.  $2\sin 10^\circ + \cos 10^\circ$                       D.  $2\cos 10^\circ - \sin 10^\circ$
  5. 若数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_{n+1} + a_n = 2^n$ , 则  $S_{10} =$   
A. 684                      B. 682                      C. 342                      D. 341
  6. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足对任意  $x, y \in \mathbf{R}$  都有  $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$ , 且  $f(1) = 0, f(0) \neq 0$ , 则下列命题错误的是  
A.  $f(x)$  是偶函数                      B.  $f(x)$  是周期函数  
C.  $f(2024) = 1$                       D.  $f(x)$  的图象关于点  $(2, 0)$  对称

7. 已知点  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 2\sqrt{3}x$  的焦点, 过点  $F$  的直线交抛物线  $C$  于  $A, B$  两点,  $O$  为坐标原点, 若  $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$ , 则  $\triangle AOB$  的面积为  
A. 3                      B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 设  $a = \ln 1.02, b = \frac{1}{60}, c = \sin 0.02$ , 则

- A.  $c > b > a$                       B.  $c > a > b$   
C.  $b > c > a$                       D.  $a > c > b$

二、多项选择题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每个给出的四个选项中, 有多项是满足要求的, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 在二项式  $(2x-1)^{10}$  的展开式中, 下列说法正确的是

- A. 第 6 项的二项式系数最大                      B. 第 6 项的系数最大  
C. 所有项的二项式系数之和为  $2^{10}$                       D. 所有项的系数之和为 1

10. 已知函数  $f(x) = (x^2 + mx) \cdot e^x$  ( $m$  是不为零的常数), 则

- A. 函数  $f(x)$  的极大值点为负                      B. 函数  $f(x)$  的极小值点为正  
C. 函数  $f(x)$  的极大值为正                      D. 函数  $f(x)$  的极小值为负

11. 已知  $0 < \alpha < \pi < \beta < \frac{3}{2}\pi, \cos 2\alpha = -\frac{3}{5}, \cos(\alpha + \beta) = -\frac{\sqrt{2}}{10}$ , 则

- A.  $\tan \alpha = -2$                       B.  $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{7\sqrt{2}}{10}$   
C.  $\beta - \alpha = \frac{3\pi}{4}$                       D.  $\cos \alpha \cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{5}$

12. 若  $0 < a < b < 1$ , 则

- A.  $a^b < b^a$                       B.  $ab + 1 < a + b$   
C.  $a^{1-a} < b^{1-a}$                       D.  $\log_a(1+b) > \log_b(1+a)$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 函数  $f(x) = \sin x \cos x, f'(x)$  为  $f(x)$  的导函数, 则  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$  的值为 \_\_\_\_\_.
14. 函数  $f(x) = ax - \log_2(8^x + 1)$  为偶函数, 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.
15. 已知  $F$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一个焦点, 过  $F$  平行于  $C$  的一条渐近线的直线交  $C$  于点  $P, |OP| = \sqrt{a^2 + b^2}$  ( $O$  为坐标原点), 则双曲线  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_.
16. 已知关于  $x$  的不等式  $mx^2 - 2x - \ln x < 0$  在  $(0, +\infty)$  上有唯一的整数解, 则实数  $m$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

四、解答题 (共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知函数  $f(x) = \sin x + a \cdot x$  在  $x=0$  处的切线斜率为 2.

- (1) 求  $a$  的值;
- (2) 求函数  $f(x)$  在  $[0, 2\pi]$  上的最值.

18. (本小题满分 12 分)

已知等比数列  $\{a_n\}$  和等差数列  $\{b_n\}$  均为递增的数列, 其前  $n$  项和分别为  $S_n, R_n$ , 且满足:  $a_1=2, b_1=1, S_3=a_4-2, R_3=a_3-2$ .

- (1) 求数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式;
- (2) 若  $c_n = \frac{a_n b_n}{b_{n+1} b_{n+2}}$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和.

19. (本小题满分 12 分)

如图 1 所示, 五边形  $ABCDE$  是正六边形  $ABCDEF$  内一部分, 将  $\triangle ADE$  沿着对角线  $AD$  翻折到  $\triangle ADP$  的位置, 使平面  $ADP \perp$  平面  $ABCD$ , 已知点  $F, G$  分别为  $PC, AD$  的中点.

- (1) 求证:  $AP \parallel$  平面  $BFG$ ;
- (2) 求平面  $BFG$  与平面  $ABCD$  所成锐二面角的余弦值.

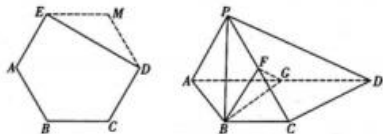


图 1

20. (本小题满分 12 分)

2023 年 7 月 28 日, 第三十一届世界大学生夏季运动会在成都隆重开幕. 为庆祝大运会的到来, 有  $A, B, C, \dots, J$  共 10 位跳水爱好者自发组建了跳水训练营, 并邀请教练甲帮助训练. 教练训练前对 10 位跳水员测试打分, 得分情况如图 2 中虚线所示; 集训后再进行测试, 10 位跳水员得分情况如图中实线所示, 规定满分为 10 分, 记得分在 8 分以上的为“优秀”.

	优秀人数	非优秀人数	合计
训练前			
训练后			
合计			

(1) 将上面的列联表补充完整, 并根据小概率值  $\alpha=0.01$  的独立性检验, 判断跳水员的优秀情况与训练是否有关? 并说明原因;

(2) 从这 10 人中任选 3 人, 在这 3 人中恰有 2 人训练后为“优秀”的条件下, 求这 3 人中恰有 1 人是训练前也为“优秀”的概率;

(3) 跳水员  $A$  将对“5 米、7.5 米和 10 米”这三种高度进行集训, 且在训练中进行了多轮测试. 规定: 在每轮测试中, 都会有这 3 种高度, 且至少有 2 个高度的跳水测试达到“优秀”, 则该轮测试才记为“优秀”. 每轮测试中, 跳水员  $A$  在每个高度中达到“优秀”的概率均为  $\frac{1}{3}$ , 每个高度互不影响且每轮测试互不影响. 如果跳水员  $A$  在集训测试中要想获得“优秀”的次数平均值达到 3 次, 那么理论上至少要进行多少轮测试?

附:  $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n=a+b+c+d$ .

$\alpha$	0.05	0.01	0.005	0.001
$\chi_{\alpha}$	3.841	6.635	7.879	10.828

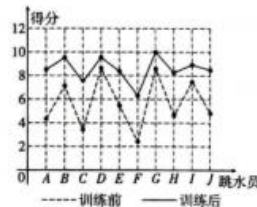


图 2

21. (本小题满分 12 分)

如图 3 所示, 点  $F_1, A$  分别为椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点和右顶点, 点  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 16x$  的焦点, 且  $OF = 2OA = 4OF_1 (O$  为坐标原点).

- (1) 求椭圆  $E$  的方程;
- (2) 过点  $F_1$  作直线  $l$  交椭圆  $E$  于  $B, D$  两点, 连接  $AB, AD$  并延长交抛物线的准线于点  $M, N$ , 求证:  $\angle MF_1N$  为定值.

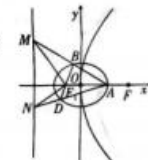


图 3

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x \ln x - ax^2$ .

- (1) 若函数  $f(x)$  有两个不同的零点, 求实数  $a$  的取值范围;
- (2) 若函数  $g(x) = f(x) - x + a$  有两个不同的极值点  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ , 当  $\lambda \geq 1$  时, 求证:  $\frac{x_1}{e} > \left(\frac{e}{x_2}\right)^\lambda$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：  
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线