# 2023 届高三一轮复习联考(一)　新高考卷

## 数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】由题，$A=(-1,2)$，$B=(0,3)$，所以 $A\cap B=(0,2)$，故选 B.

2.D 【解析】设 $z=x+yi$，因为 $(x+yi)i=2+i$，所以 $-y+xi=2+i$，则 $x=1$，$y=-2$，则对应的点在第四象限.故选 D.

3.A 【解析】函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x)=f(-x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，所以 C，D 错误，又 $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)<0$，所以 B 错误，故选 A.

4.B 【解析】因为命题 $\forall x\in(1,2)$，$\log_2x-a<0$ 是真命题，当 $x\in(1,2)$ 时，$0<\log_2x<1$，若 $a>\log_2x$ 恒成立，则 $a\geqslant1$，结合选项，命题是真命题的一个充分不必要条件是 $a\geqslant2$，故选 B.

5.B 【解析】由于 $\tan(\alpha+\beta)$，$\tan(\alpha-\beta)$ 是方程 $x^2+5x+6=0$ 的两个根，所以 $\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)=-5$，$\tan(\alpha+\beta)\cdot\tan(\alpha-\beta)=6$，所以 $\tan2\alpha=\frac{\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)}{1-\tan(\alpha+\beta)\cdot\tan(\alpha-\beta)}=\frac{-5}{1-6}=1$.故选 B.

6.B 【解析】函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\cos x-2$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(-x)=\frac{1}{2}(-x)^2+\cos(-x)-2=f(x)$，故 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\cos x-2$ 为偶函数，当 $x\geqslant0$ 时，$f'(x)=x-\sin x$，令 $g(x)=x-\sin x$，则 $g'(x)=1-\cos x\geqslant0$，即 $g(x)=x-\sin x$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，故 $g(x)\geqslant g(0)=0$，所以 $f'(x)\geqslant0$，则 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，由于 $\log_20.2=\log_2\frac{1}{5}=-\log_25\in(-3,-2)$，$2=\log_{0.3}0.09>\log_{0.3}0.2>\log_{0.3}0.3=1$，$0<0.2^{0.3}<1$，所以 $a>b>c$.故选 B.

7.A 【解析】当 $x>2$ 时，$x+\frac{36}{x}-6a\geqslant2\sqrt{x\cdot\frac{36}{x}}-6a=12-6a$，当且仅当 $x=6$ 时，等号成立，即当 $x>2$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值为 $12-6a$，当 $x\leqslant2$ 时，$f(x)=x^2-2ax-2$，要使得函数 $f(x)$ 的最小值为 $f(2)$，则满足 $\begin{cases}a\geqslant2,\\f(2)=2-4a\leqslant12-6a,\end{cases}$ 解得 $2\leqslant a\leqslant5$.故选 A.

8.B 【解析】∵$f(x)$ 的定义域为 $(1,+\infty)$，易得 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，又 $f(2)=0$，∴$f(x)$ 只有一个零点 $x=2$.若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 互为"零点相邻函数"，则 $g(x)$ 在 $[1,3]$ 上存在零点.∴$\Delta=a^2-4(8-a)\geqslant0$，解得 $a\geqslant4$ 或 $a\leqslant-8$.(1)若 $\Delta=0$，即 $a=4$ 或 $a=-8$ 时，$g(x)$ 只有一个零点 $x=\frac{a}{2}$，显然当 $a=4$ 时，$\frac{a}{2}=2\in[1,3]$，符合题意，当 $a=-8$ 时，$\frac{a}{2}\notin[1,3]$，不符合题意；(2)若 $\Delta>0$，即 $a<-8$ 或 $a>4$ 时，

①若 $g(x)$ 在 $[1,3]$ 上存在 1 个零点，则 $g(1)\cdot g(3)\leqslant0$，即 $(9-2a)(17-4a)\leqslant0$，解得 $\frac{17}{4}\leqslant a\leqslant\frac{9}{2}$，∴$\frac{17}{4}\leqslant a\leqslant\frac{9}{2}$.

②若 $g(x)$ 在 $[1,3]$ 上存在 2 个零点，则 $\begin{cases}g(1)\geqslant0,\\g(3)\geqslant0,\\1<\frac{a}{2}<3,\end{cases}$ ∴$4<a\leqslant\frac{17}{4}$.

综上，$a$ 的取值范围是 $\left[4,\frac{9}{2}\right]$.故选 B.

9.BD 【解析】由图可知，$A=1$，$\frac{T}{4}=\frac{\pi}{4}$，所以 $T=\pi$，故 A 错误；$\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$，即 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$，将 $x=\frac{7\pi}{12}$ 代入可得 $2\times\frac{7\pi}{12}+\varphi=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，故 B 正确；由上述结论可知 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，为了得到 $g(x)=\cos2x=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$，应将函数 $f(x)$ 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度.故 C 错误，D 正确.故选 BD.

10.ABD 【解析】易知 $f'(x)=\frac{1}{x}$，令 $f'(x)=1$，则 $x=1$，$f(1)=0$，故 $f(x)$ 在 $(1,0)$ 处的切线方程为 $y=x-1$，故 A 正确；令 $G(x)=f(x)-g(x)=\ln x-(kx-1)$，则 $G'(x)=\frac{1}{x}-k=\frac{1-kx}{x}$，当 $k\leqslant0$ 时，$G'(x)>0$，即 $G(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，当 $x\to+\infty$ 时，$G(x)\to+\infty$，当 $x\to0$ 时，$G(x)\to-\infty$，故方程 $f(x)=g(x)$ 只有一个解，B 正确；令 $F(x)=f(x)g(x)=\ln x(kx-1)$，$F'(x)=\frac{1}{x}\cdot(kx-1)+k\ln x=k\ln x-\frac{1}{x}+k$，取 $k=1$，$F'(x)=\ln x-\frac{1}{x}+1$，显然 $F'(x)$ 为增函数，当 $x=1$ 时，$F'(1)=0$，当 $x\in(0,1)$ 时，

$F'(x)<0$，$F(x)$为减函数，故 C 错误；$F(x)=f(x)g(x)=\ln x(kx-1)$，当 $k\geqslant 1$，$x\geqslant 1$ 时，$\ln x\geqslant 0$，$kx-1\geqslant 0$，故 D 正确.故选 ABD.

11.ABD 【解析】因为 $a>0$，$b>0$，$ab=4a+b\geqslant 2\sqrt{4ab}=4\sqrt{ab}$，当且仅当 $4a=b$ 时等号成立，所以 $ab\geqslant 16$，故 A 正确；由 $4a+b=ab$ 得 $b=\dfrac{4a}{a-1}>0$，$a>1$，同理 $b>4$，$2a+b=2a+\dfrac{4a}{a-1}=2(a-1)+\dfrac{4}{a-1}+6\geqslant 2\sqrt{2(a-1)\times\dfrac{4}{a-1}}+6=4\sqrt{2}+6$，当且仅当 $2(a-1)=\dfrac{4}{a-1}$，即 $a=1+\sqrt{2}$ 时等号成立，故 B 正确；$a=5$，$b=5$ 满足题意，但 $a-b=0$，故 C 错误；由 $4a+b=ab$ 得 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}=1$，所以 $2\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{16}{b^2}\right)\geqslant\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}\right)^2=1$，当且仅当 $\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{16}{b^2}$ 即 $b=4a$ 时等号成立，所以 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{16}{b^2}\geqslant\dfrac{1}{2}$，故 D 正确.故选 ABD.

12.BCD 【解析】因为 $f(3x-2)$为偶函数，所以 $f(3x-2)=f(-3x-2)$，所以 $f(x-2)=f(-x-2)$，$f(x)=f(-x-4)$，所以函数 $f(x)$关于直线 $x=-2$ 对称，因为 $f(2x-1)$为奇函数，所以 $f(2x-1)=-f(-2x-1)$，所以 $f(x-1)=-f(-x-1)$，所以 $f(x)=-f(-x-2)$，所以函数 $f(x)$关于点$(-1,0)$中心对称，故 C 正确，且函数 $f(x)$的周期为 4，故 A 不正确；$f(2\,023)=f(506\times 4-1)=f(-1)=0$，故 D 正确.故选 BCD.

13.$(5,+\infty)$ 【解析】根据题目所给的函数解析式，可知函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上是减函数，所以 $2a+1<3a-4$，解得 $a>5$.

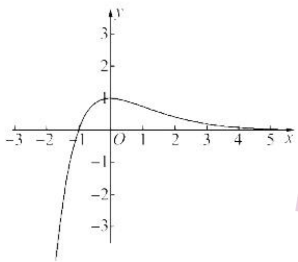
14.3 【解析】因为$(\cos\alpha+3\sin\alpha)^2=10$，所以 $\cos^2\alpha+6\sin\alpha\cos\alpha+9\sin^2\alpha=10$，所以 $\dfrac{\cos^2\alpha+6\sin\alpha\cos\alpha+9\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}=10$，所以 $\dfrac{1+6\tan\alpha+9\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}=10$，所以 $\tan\alpha=3$.

15.$\sqrt{5}+1$ 【解析】由三角不等式可得 $|z-2|=|(z-\mathrm{i})-(2-\mathrm{i})|\leqslant|z-\mathrm{i}|+|2-\mathrm{i}|=1+\sqrt{5}$，即 $|z-2|$ 的最大值为$\sqrt{5}+1$.

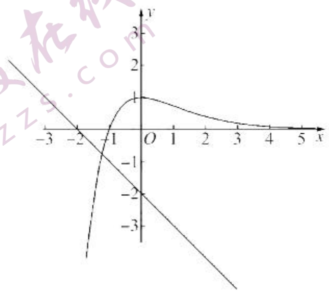
16.$\left[\dfrac{3}{4\mathrm{e}^2},\dfrac{2}{3\mathrm{e}}\right)$ 【解析】$f(x)<g(x)$等价于$(kx+2k)\mathrm{e}^x-x-1<0$，即 $k(x+2)<\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^x}$，设 $\varphi(x)=\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^x}$，$h(x)=k(x+2)$，则上面不等式转化为 $h(x)<\varphi(x)$，直线 $h(x)=k(x+2)$恒过定点$(-2,0)$，要使 $f(x)<g(x)$的解集中恰有两个整数，只需 $\varphi(x)$的图象在 $h(x)$的图象上方所对应的 $x$ 的取值范围中恰好有两个整数解.

因为 $\varphi'(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-(x+1)\cdot\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x)^2}=\dfrac{-x}{\mathrm{e}^x}$，所以 $x\in(-\infty,0)$时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$单调递增，$x\in(0,+\infty)$时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$单调递减，所以 $\varphi(x)_{\max}=\varphi(0)=1$，且 $\varphi(-1)=0$，当 $x\to-\infty$时，$\varphi(x)\to-\infty$，$x\to+\infty$时，$\varphi(x)\to 0$，

根据上述结论作出 $\varphi(x)$的图象如下图所示：

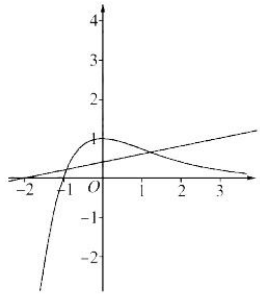



当 $k\leqslant 0$ 时，作出 $\varphi(x)$，$h(x)$的图象如下图所示：




从图中可以看出，当 $x\in[-1,+\infty)$时，$\varphi(x)$的图象恒在 $h(x)$的图象上方，所以 $h(x)<\varphi(x)$恒成立，所有的 $x$ 的取值范围中，整数解有无穷多个，不符合题意；

当 $k>0$ 时，作出 $\varphi(x)$，$h(x)$ 的图象如图所示：



从图象可得，要使 $\varphi(x)$ 的图象在 $h(x)$ 的图象上方所对应的 $x$ 的取值范围中恰好有两个整数解，只需满足：

$\begin{cases}\varphi(1)>h(1),\\ \varphi(2)\leqslant h(2),\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\dfrac{2}{e}>3k,\\ \dfrac{3}{e^2}\leqslant 4k,\end{cases}$ 解得 $\dfrac{3}{4e^2}\leqslant k<\dfrac{2}{3e}$. 综上，$\dfrac{3}{4e^2}\leqslant k<\dfrac{2}{3e}$.

17.【解析】(1) $f(x)=4\cos x\cdot\cos\left(x-\dfrac{2\pi}{3}\right)+1=2\sqrt{3}\cos x\sin x-2\cos^2x+1$ …………………… 1 分

$=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$， …………………… 2 分

所以 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，令 $\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\dfrac{\pi}{6}\leqslant\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi$， …………………… 3 分

则 $\dfrac{\pi}{3}+k\pi\leqslant x\leqslant\dfrac{5\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbf{Z}$，所以函数的单调递减区间为 $\left[\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k\pi\right], k\in\mathbf{Z}$. …………………… 5 分

(2) 因为 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}\right]$，所以 $2x-\dfrac{\pi}{6}\in\left[-\dfrac{5\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right]$， …………………… 7 分

所以 $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left[-1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$， …………………… 8 分

所以函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值为 $\sqrt{3}$，最小值为 $-2$，

即 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上的值域为 $[-2,\sqrt{3}]$. …………………… 10 分

18.【解析】(1) $f(x)=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\cos x+\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)\cos x+\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ …………………… 2 分

$=\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2x+\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}(\cos 2x+1)+\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ …………………… 4 分

$=\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$. …………………… 5 分

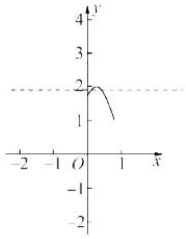
故 $f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，所以 $f(x)\in[-2,2]$. …………………… 6 分

(2) 由 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$，可得 $2x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right]$， …………………… 8 分

而函数 $f(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增，所以 $f(x)\in[\sqrt{3},2]$，在 $\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上单调递减，$f(x)\in[1,2]$， …………………… 10 分

所以若函数 $g(x)=f(x)-k$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上有两个不同的零点，即 $y=k$ 与 $y=f(x)$ 有两个交点，

则 $k\in[\sqrt{3},2)$. ………………………………………………………………………… 12 分




19.【解析】(1)根据题意可知，

当 $0<x<20$ 时，$L(x)=800x-10x^2-500x-1\,000=-10x^2+300x-1\,000$，………………… 2 分

当 $x\geqslant 20$ 时，$L(x)=800x-801x-\frac{400}{x}+2\,000-1\,000=1\,000-\left(x+\frac{400}{x}\right)$，………………… 4 分

所以 $L(x)=\begin{cases}-10x^2+300x-1\,000, & 0<x<20,\\ 1\,000-\left(x+\frac{400}{x}\right), & x\geqslant 20.\end{cases}$ ………………………………… 5 分

(2)当 $0<x<20$ 时，$L(x)=-10x^2+300x-1\,000$，

∴当 $x=15$ 时，$L(x)$ 取得最大值 1 250；………………………………………………… 8 分

当 $x\geqslant 20$ 时，$L(x)=1\,000-\left(x+\frac{400}{x}\right)\leqslant 1\,000-2\sqrt{x\cdot\frac{400}{x}}=960$，

当且仅当 $x=\frac{400}{x}$ 即 $x=20$ 时取等号. ………………………………………………… 11 分

∴综上，当 $x=15$ 时，$L(x)$ 取得最大值 1 250.

即 2020 年产量为 15 百辆时，企业所获利润最大，最大利润为 1 250 万元. ………………………… 12 分

20.【解析】(1)由题可得 $f'(x)=3x^2+2ax+b$，……………………………………………… 1 分

由题意得 $\begin{cases}f(1)=2+a+b=2,\\ f'(1)=3+2a+b=4,\end{cases}$ ……………………………………………… 2 分

解得 $a=1,b=-1$，……………………………………………………………………… 3 分

所以 $f(x)=x^3+x^2-x+1$，$f'(x)=3x^2+2x-1$，………………………………………… 4 分

由 $f'(x)>0$ 得 $x<-1$ 或 $x>\frac{1}{3}$，

由 $f'(x)<0$ 得 $-1<x<\frac{1}{3}$，……………………………………………………………… 5 分

所以 $f(x)$ 的单调递减区间是 $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$，单调递增区间是 $(-\infty,-1)$，$\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$. ………………… 6 分

(2)因为 $g(x)=f(x)-m=x^3+x^2-x+1-m$，$g'(x)=f'(x)=3x^2+2x-1$，……………………… 7 分

由(1)可知，$g(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极大值，在 $x=\frac{1}{3}$ 处取得极小值，

$g(x)$ 的单调递减区间是 $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$，单调递增区间是 $(-\infty,-1)$，$\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$. ………………………… 8 分

依题意，要使 $g(x)$ 有三个零点，则 $\begin{cases}g(-1)>0,\\ g\left(\frac{1}{3}\right)<0,\end{cases}$

即 $\begin{cases}g(-1)=2-m>0,\\ g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{22}{27}-m<0,\end{cases}$ ……………………………………………………… 10 分

解得 $\frac{22}{27}<m<2$，经检验，$g(-2)=m-1<0$，$g(2)=m+11>0$，………………………………… 11 分

根据零点存在定理，可以确定函数有三个零点，所以 $m$ 的取值范围为 $\left(\frac{22}{27},2\right)$. ………………… 12 分

21.【解析】(1)由 $4^x-9\times2^{x+1}+113=4^x-18\times2^x+113=(2^x-9)^2+32>0$，可知 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，

由 $\log_3(4^x-9\times2^{x+1}+113)\leqslant4$，得 $4^x-18\times2^x+32\leqslant0$. ……………… 2 分

令 $t=2^x$，则 $t^2-18t+32\leqslant0$，解得 $2\leqslant t\leqslant16$，由 $2\leqslant2^x\leqslant16$，得 $1\leqslant x\leqslant4$，……………… 4 分

所以不等式 $f(x)\leqslant4$ 的解集为 $\{x|1\leqslant x\leqslant4\}$. ……………… 5 分

(2)由题意，$\forall x_1\in[1,3]$，有 $f(x_1)\leqslant g(x_2)$，所以 $g(x_2)\geqslant f(x)_{\max}$. ……………… 7 分

因为 $f(x)=\log_3[(2^x-9)^2+32]$，$\forall x_1\in[1,3]$，有 $2\leqslant2^x\leqslant8$，所以 $f(x)_{\max}=4$，……………… 8 分

$\exists x_2\in[0,2]$，使得 $g(x_2)\geqslant4$，只要 $g(x)_{\max}\geqslant4$ 即可. ……………… 9 分

函数 $g(x)$ 的图象开口向上，且它的对称轴方程为 $x=m$.

①当 $m\leqslant1$ 时，$g(x)_{\max}=g(2)=4-4m+5m\geqslant4$，所以 $0\leqslant m\leqslant1$；……………… 10 分

②当 $m>1$ 时，$g(x)_{\max}=g(0)=5m\geqslant4$，解得 $m\geqslant\frac{4}{5}$，所以 $m>1$，……………… 11 分

综上所述，$m$ 的取值范围为 $[0,+\infty)$. ……………… 12 分

22.【解析】由 $f(x)\leqslant mx$ 得 $2x-\sin x\leqslant mx$，即 $m\geqslant2-\frac{\sin x}{x}$，其中 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，……………… 2 分

令 $h(x)=2-\frac{\sin x}{x}$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，得 $h'(x)=\frac{\sin x-x\cos x}{x^2}$，

设 $\varphi(x)=\sin x-x\cos x$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，

则 $\varphi'(x)=x\sin x>0$，所以 $\varphi(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，

所以 $\varphi(x)>\varphi(0)=\sin0-0\times\cos0=0$，所以 $h'(x)>0$，

所以 $h(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，所以 $h(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有最大值，

$h(x)_{\max}=h\left(\frac{\pi}{2}\right)=2-\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}=2-\frac{2}{\pi}$，……………… 4 分

所以 $m$ 的取值范围为 $\left[2-\frac{2}{\pi},+\infty\right)$. ……………… 5 分

(2) $f(x_1)=f(x_2)$，即 $2x_1-\sin x_1-a\ln x_1=2x_2-\sin x_2-a\ln x_2$，

整理为 $a(\ln x_2-\ln x_1)=2(x_2-x_1)-(\sin x_2-\sin x_1)$，……………… 6 分

令 $u(x)=x-\sin x$，$x>0$，

则 $u'(x)=1-\cos x\geqslant0$，所以 $u(x)=x-\sin x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

不妨设 $x_1<x_2$，所以 $x_1-\sin x_1<x_2-\sin x_2$，从而 $x_2-x_1>\sin x_2-\sin x_1$，

所以 $a(\ln x_2-\ln x_1)=2(x_2-x_1)-(\sin x_2-\sin x_1)>2(x_2-x_1)-(x_2-x_1)=x_2-x_1$，……………… 7 分

所以 $a>\frac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}$. ……………… 8 分

下面证明 $\frac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}>\sqrt{x_1x_2}$，即证明 $\frac{\frac{x_2}{x_1}-1}{\ln\frac{x_2}{x_1}}>\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$，……………… 9 分

令 $\frac{x_2}{x_1}=t$，即证明 $\frac{t-1}{\ln t}>\sqrt{t}$，其中 $t>1$，只要证明 $\frac{t-1}{\sqrt{t}}-\ln t>0$. ……………… 10 分

设 $v(t)=\frac{t-1}{\sqrt{t}}-\ln t\,(t>1)$，则 $v'(t)=\frac{(\sqrt{t}-1)^2}{2t\sqrt{t}}>0$，

所以 $v(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，所以 $v(t)>v(1)=\frac{1-1}{\sqrt{1}}-\ln1=0$，……………… 11 分

所以 $\frac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}>\sqrt{x_1x_2}$，

所以 $a>\frac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}>\sqrt{x_1x_2}$，

所以 $x_1x_2<a^2$. ……………… 12 分

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。