事项：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分．满分 150 分，考试时间 120 分钟．
2. 答题前，考生将自己的姓名、准考证号填写在答题卡指定位置上．
3. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚．
4. 请按题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效．

选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x|2x\geqslant -1\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-1,2\}$　　B．$\{-1,1,2\}$　　C．$\{0,1,2\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

设 $(1+i)z=i$，则 $z=$

A．$-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$　　B．$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$　　C．$-1+i$　　D．$1+i$

在区间 $[-2,2]$ 内随机取一个数 x，使得不等式 $x^2+2x<0$ 成立的概率为

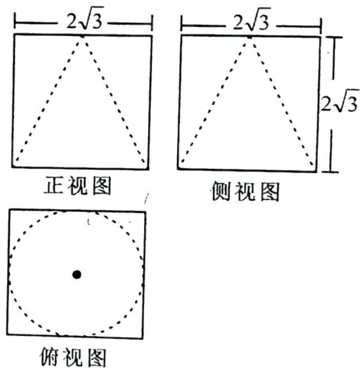
A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 $F(2,0)$，一条渐近线方程为 $y=\sqrt{3}x$，则 C 的方程为

A．$x^2-\frac{y^2}{2}=1$　　B．$\frac{x^2}{2}-y^2=1$

C．$\frac{x^2}{3}-y^2=1$　　D．$x^2-\frac{y^2}{3}=1$

某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为



第 5 题图

A．$24\sqrt{3}-2\sqrt{3}\pi$　　B．$24\sqrt{3}-6\sqrt{3}\pi$

C．$24-2\sqrt{3}\pi$　　D．$24-6\sqrt{3}\pi$

已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 a_3 为 $2a_2$ 与 a_6 的等比中项，则 $\frac{a_3+a_5}{a_1+a_3}=$

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

圆 $C:x^2+y^2-2x-4=0$ 上一点 P 到直线 $l:2x-y+8=0$ 的最大距离为

A．2　$(x-1)^2+y^2=5$　点$(1,0)$ $r=\sqrt{5}$　　B．4　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$3\sqrt{5}$

8．已知函数 $f(x)=2\sin^2 x+\sqrt{3}\cos(2x-\frac{\pi}{2})-1$，则下列说法正确的是

A．$f(x)$ 的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{12}$

B．$f(x)$ 的一个对称中心为 $(-\frac{\pi}{12},0)$

C．$f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}]$ 上的值域为 $[-\sqrt{3},2]$

D．$f(x)$ 的图象可由 $y=2\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到

9．$f\left(x\right)$ 是定义在 **R** 上的函数，$f\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$ 为奇函数，则 $f\left(2023\right)+f\left(-2022\right)=$

A．-1　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

10．牛顿冷却定律描述物体在常温环境下的温度变化：如果物体的初始温度为 T_0，则经过一定时间 t 分钟后的温度 T 满足 $T-T_a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}(T_0-T_a)$，$h$ 称为半衰期，其中 T_a 是环境温度．若 $T_a=25$℃，现有一杯 80℃的热水降至 75℃大约用时 1 分钟，那么此杯热水水温从 75℃降至 45℃大约还需要（参考数据：$\lg 2\approx 0.30$，$\lg 11\approx 1.04$）

A．10 分钟　　B．9 分钟　　C．8 分钟　　D．7 分钟

11．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，过 F 的直线与抛物线交于点 A、B，与直线 l 交于点 D，若 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，$|\overrightarrow{BD}|=4$，则 $p=$

A．1　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．3

12．已知 $a=\frac{9}{2}\log_3 e$，$b=\frac{8}{3}\log_2 e$，$c=\frac{e^2}{2}$，则

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$　　C．$b>c>a$　　D．$c>a>b$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知向量 $\vec{a}=(-1,m),\vec{b}=(1,2)$，若 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则 $m=$ -2 ．

14．近年来，“考研热”持续升温，2022 年考研报考人数官方公布数据为 457 万，相比于 2021 年增长了 80 万之多，增长率达到 21% 以上．考研人数急剧攀升原因较多，其中，本科毕业生人数增多、在职人士考研比例增大，是两大主要因素．据统计，某市各大高校近几年的考研报考总人数如下表：

年份	2018	2019	2020	2021	2022
年份序号 x	1	2	3	4	5
报考人数 y（万人）	1.1	1.6	2	2.5	m

根据表中数据，可求得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.43x+0.71$，则 m 的值为 2.8 ．

15．记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $S_3=9$，$S_6=36$，则 $S_{12}=$________．

16．已知棱长为 8 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为棱 BC 上一点，满足 $\overline{BE}=\frac{1}{4}\overline{BC}$，以点 E 为球心，$\sqrt{10}$ 为半径的球面与对角面 BDD_1B_1 的交线长为________．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（本小题 12 分）4 月 23 日是“世界读书日”．读书可以陶冶情操，提高人的思想境界，丰富人的精神世界．为了丰富校园生活，展示学生风采，某中学在全校学生中开展了“阅读半马比赛”活动．活动要求每位学生在规定时间内阅读给定书目，并完成在线阅读检测．通过随机抽样，得到100 名学生的检测得分（满分：100 分）如下：

	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
男生	2	3	5	15	18	12
女生	0	5	10	10	7	13

（1）若检测得分不低于 70 分的学生称为“阅读爱好者”；若得分低于 70 分的学生称为“非阅读爱好者”．根据所给数据

①完成下列 2×2 列联表

	阅读爱好者	非阅读爱好者	总计
男生	10	45	55
女生	15	30	45
总计	25	75	100

②请根据所学知识判断是否有 95%的把握认为“阅读爱好者”与性别有关；

（2）若检测得分不低于 80 分的人称为“阅读达人”．现从这100 名学生中的男生“阅读达人”中，按分层抽样的方式抽取5 人，再从这5 人中随机抽取3 人，求这 3 人中至少有1 人得分在 $[90,100]$ 内的概率．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18．（本小题 12 分）记 ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c．已知 $\dfrac{3(\sin B-\sin A)}{\sin C}=\dfrac{3c-2a}{b+a}$．

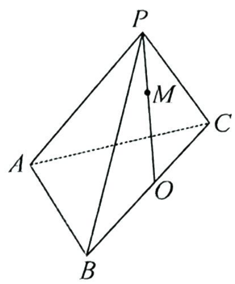
（1）求 $\cos B$；

（2）若点 D 在边 AC 上，且 $AD=2DC,BD=\frac{2}{3}b$，求 $\frac{a}{c}$．

19.（本小题 12 分）在三棱锥 $P-ABC$ 中，底面 ABC 是边长为2的等边三角形，点 P 在底面 ABC 上的射影为棱 BC 的中点 O，且 PB 与底面 ABC 所成角为 $\dfrac{\pi}{3}$，点 M 为线段 PO 上一动点.

（1）证明：$BC\perp AM$；

（2）若 $\dfrac{PM}{MO}=\dfrac{1}{2}$，求点 M 到平面 PAB 的距离.



第 19 题图

20.（本小题 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x}{e^{ax}}$，$g\left(x\right)=\ln x-ax$.

（1）当 $a=1$ 时，求函数 $f\left(x\right)$ 的最大值；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)+g(x)=1$ 有两个不同的实根，求实数 a 的取值范围.

21.（本小题 12 分）已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，依次连接椭圆 E 的四个顶点构成的四边形面积为 $4\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）设点 F 为 E 的右焦点，$A\left(-2,0\right)$，直线 l 交 E 于 P,Q（均不与点 A 重合）两点，直线 l,AP,AQ 的斜率分别为 k,k_1,k_2，若 $kk_1+kk_2+3=0$，求 $\triangle FPQ$ 的周长.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.【选修 4-4：坐标系与参数方程】（本小题 10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+t\\ y=1+t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=\sqrt{\dfrac{6}{\cos2\theta+2}}$.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，求 $|AB|$.

23.【选修 4-5：不等式选讲】（本小题 10 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{x^2-2ax+a^2}+|x-2a+1|,a\in R$，

（1）当 $a=3$ 时，求 $f(x)$ 的最小值；

（2）若对 $\forall m\in\left(0,6\right),\forall x\in\mathrm{R}$，不等式 $f\left(x\right)>m\sqrt{12-2m}$ 恒成立，求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。