1.答卷前,……
2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把……
皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

$z=\frac{1-i}{1+i}$　$z=\frac{(1-i)(1-i)}{1^2+1}=\frac{(1-i)^2}{2}=\frac{|+1-2i|}{2}$ $=1-i$ $=\sqrt{2}$

1.已知复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$,其中 i 为虚数单位,则 $|z|=$

A.1　　B.2　　C.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D.$\sqrt{2}$

2.已知全集 $U=\{x\,|\,|x|\leqslant 2,x\in \mathbf{Z}\}$,集合 $A=\{2\}$,则 $\complement_U A=$

$\boxed{z}$　-2　2　$-2\leq x\leq 2$

A.$\{x\,|\,x>2,x\in \mathbf{Z}\}$　　B.$\{-2,-1,1\}$
C.$\{-2,-1,0,1\}$　　D.$\{0,1\}$

3.已知命题 $p:\forall x\in(-1,+\infty),\ln(x+1)>\frac{x}{x+1}$,则命题 p 的否定是

A.$\exists x_0\in(-\infty,-1],\ln(x_0+1)\leqslant\frac{x_0}{x_0+1}$　　B.$\forall x\in(-1,+\infty),\ln(x+1)\leqslant\frac{x}{x+1}$

C.$\forall x\in(-1,+\infty),\ln(x+1)>\frac{x}{x+1}$　　D.$\exists x_0\in(-1,+\infty),\ln(x_0+1)\leqslant\frac{x_0}{x_0+1}$

4.$\sin 160^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\cos 50^\circ=$

sin20°　sin50°　cos20°cos50° + sin20° sin50°　cos(20°-50°)　cos(-30°)　cos30°

A.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B.$\frac{1}{2}$　　C.$-\frac{1}{2}$　　D.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5.已知向量 $\boldsymbol{a}=(x,-2)$,$\boldsymbol{b}=(1,x)$,且 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为 $\frac{1}{2}$,则 $x=$

$|a|=\sqrt{x^2+4}$　$|a|=\sqrt{1+x^2}$　$x-2x$　$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|b|}=\frac{1}{2}$

A.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B.$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C.$\sqrt{3}$　　D.$-\sqrt{3}$

6.已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,若 $f\left(\frac{1}{2}\right)=f(-2)=1$,则下列命

题中正确的是

A.$f(x)$ 有两个零点　　B.$f(-1)<-1$　　C.$f(-3)>1$　　D.$f\left(\frac{1}{2}\right)$……

7.在△ABC中，“$a\sin\left(A-\frac{\pi}{2}\right)=b\cos(\pi+B)$”是“△ABC为等腰三角形”的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

8.已知$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{3}}{6}$，则$\sin\left(\frac{5\pi}{6}+2\alpha\right)=$

A.$\frac{\sqrt{11}}{6}$　　B.$-\frac{11}{12}$　　C.$-\frac{5}{6}$　　D.$\frac{5}{6}$

9.下列各命题中，p是q的充分不必要条件的是　$p\Rightarrow q$

A.$p:\frac{1}{\sqrt{x}}<\frac{1}{\sqrt{y}}$，$q:\ln x>\ln y$

B.已知$a\in\mathbf{R}$，p：直线$2x+ay+3=0$与直线$ax+8y+6=0$平行，$q:a=4$或-4

C.已知$a\in\mathbf{R}$，$p:-2<a<4$，$q:f(x)=2x^2-2ax+a+4$有两个零点　$\Delta>0$

D.已知$a>0,b>0$，$p:a+b>6$，$q:a>3$且$b>3$

10.已知向量$\boldsymbol{a}=\left(\cos\frac{\pi}{3},\sin\frac{2\pi}{3}\right)$，$\boldsymbol{b}=(1,x)$，则下列结论正确的是

A.$\forall x\in\mathbf{R}$，$|2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|>1$　　B.$\exists x\in(-\infty,0)$，使得$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{b}$　$x=\sqrt{3}$

C.$\forall x\in[0,+\infty)$，$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角小于$\frac{\pi}{3}$　　D.$\exists x\in\mathbf{R}$，使得$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$

11.已知函数$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x-1|}$，$g(x)=-2\cos(\pi x)(-4\leqslant x\leqslant 6)$，两个函数图象的交点为$A_1(x_1,y_1)$，$A_2(x_2,y_2)$，…，$A_m(x_m,y_m)$，则$\sum_{i=1}^{m}x_i=$　-4　-2　0　2　4　6

A.8　　B.10　　C.12　　D.14

12.将函数$f(x)=\sin x$的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位，再把每个点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{2}$(纵坐标不变)，得到函数$y=g(x)$，若对于任意的$a\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$，在区间$[0,b]$上总存在唯一确定的$\theta$，使得$g(\theta)=a$，则$b$的最小值为

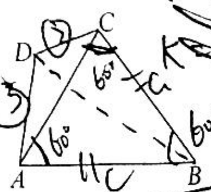
A.$\frac{13\pi}{12}$　　B.$\frac{7\pi}{24}$　　C.$\frac{19\pi}{24}$　　D.$\frac{13\pi}{24}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13.已知点O为正△ABC的重心，且$AO=2$，则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=$________.

14.函数$f(x)=\frac{e^x}{x+1}$的图象在$x=1$处的切线方程为________.　$f(1)=\frac{e}{2}$　$f'(x)=\frac{e^x(x)}{(x+1)^2}$　$K=\frac{e}{4}$

15.如图，设△ABC的内角A，B，C所对的边分别为a,b,c，若$b^2=ac$，$B=\frac{\pi}{3}$，D是△ABC外一点，$AD=3$，$CD=2$，则四边形ABCD面积的最大值是________.



16.已知函数$f(x)=x+\ln x$，若存在正数x，使得$f(ae^x)=f(x^2)$，$(a>0)$，则a的取值范围是________.

(一)必考题:60 分。

17.(12 分)

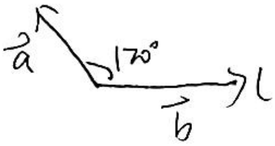
已知向量 a 与 b 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$,$a\cdot b=-2$,$|a|=1$.

(1)求 $|b|$ 的大小及 b 在 a 方向上的投影;

(2)求向量 b 与 $2a-b$ 夹角的余弦值.

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|a|+|b|-$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{|a||b|}{\cos\langle a-}$



18.(12 分)

随着我国经济发展、医疗消费需求增长、人们健康观念转变以及人口老龄化进程加快等因素的影响,医疗器械市场近年来一直保持了持续增长的趋势.某医疗器械公司为了进一步增加市场竞争力,计划改进技术生产某产品.已知生产该产品的年固定成本为 300 万元,年最大产能为 100 台.每生产 x 台,需另投入成本 $G(x)$ 万元,且 $G(x)=\begin{cases}2x^2+80x, & 0<x\leqslant 40,\\ 201x+\frac{3\,600}{x}-2\,100, & 40<x\leqslant 100,\end{cases}$ 由市场调研知,该产品每台的售价为 200 万元,且全年内生产的该产品当年能全部销售完.

(1)写出年利润 $W(x)$ 万元关于年产量 x 台的函数解析式(利润=销售收入—成本);

(2)当该产品的年产量为多少时,公司所获利润最大?最大利润是多少?

300

-5

$\frac{21}{25}$

19.(12 分)

x^2+a^2-2ax

A(0, 1)

已知直线 l 与函数 $f(x)=e^x$,$g(x)=(x-a)^2$ 的图象均相切,切点分别为 $A(x_1,f(x_1))$,$B(x_2,g(x_2))$.

$\boxed{2x-2a}$ t^2

(1)当直线 l 的斜率为 1 时,求 a 的值;

2t·1

(2)当 $a=-1$ 时,求证:$2x_1-x_2=1$.

2

$2x_2=2a+1$

$\boxed{x_2=a+\frac{1}{2}}$

$4a=3$

在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$\sqrt{3}\sin B-\cos B=2$.

(1)若$\frac{\cos B}{b}+\frac{\cos C}{c}=\frac{\sin A\sin B}{\tan B\sin C}$，求$\angle B$以及边$b$的大小；

(2)若$\triangle ABC$的角平分线交AC于点D，且$BD=2$，求b的最小值.

21.(12分)

已知函数$f(x)=\frac{1}{2}ax^2+(1-a)x-\ln x$.

(1)当$a=-2$时，求函数$f(x)$的单调区间；

(2)当$a\geq 1$时，证明：当$x>1$时，$f(x)>(1-a)x+\frac{1}{x}-1+\frac{1}{2}a$恒成立.

(二)选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一

22.[选修4—4：坐标系与参数方程](10分)　$[0,\sqrt{2})$

在直角坐标系xOy中，曲线C的普通方程为$x^2+\frac{y^2}{2}=1$，以坐标原点为极点，x

极轴，建立极坐标系，直线l的极坐标方程为$2\sqrt{2}\cos\theta+\sin\theta=\frac{6}{\rho}$.

(1)求直线l的直角坐标方程，并写出曲线C的一个参数方程；　弦 平

(2)已知M是曲线C上的点，求点M到直线l的距离的最小值.　$y=\sqrt{2}$　$x=$

$\frac{6-\sqrt{2}}{3}$

$x=\cos$
$y=$

23.[选修4—5：不等式选讲](10分)

设函数$f(x)=|x+1|-2|x-2|$的最大值为t.

(1)解不等式$f(x)\geq 2$；

(2)若$2a^2+5b^2+3c^2=t$，求$2ab+3bc$的最大值.

2022届高三一轮复习联考(一)　全国卷1
文科数学参考答案及评分意见

1.A 【解析】由题意知$|z|=\dfrac{|1-\mathrm{i}|}{|1+\mathrm{i}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$,所以$z$的模为1.故选A.

2.C 【解析】由题意$U=\{x\,|\,|x|\leqslant 2,x\in\mathbf{Z}\}=\{-2,-1,0,1,2\}$,$A=\{2\}$,所以$\complement_U A=\{-2,-1,0,1\}$.故选C.

3.D 【解析】因为全称命题的否定是特称命题,所以命题$p:\forall x\in(-1,+\infty),\ln(x+1)>\dfrac{x}{x+1}$的否定是$\exists x_0\in(-1,+\infty),\ln(x_0+1)\leqslant\dfrac{x_0}{x_0+1}$.故选D.

4.A 【解析】$\sin 160^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\cos 50^\circ=\sin 20^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\sin 40^\circ=\sin(20^\circ+40^\circ)=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.故选A.

5.B 【解析】$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$方向上的投影为$\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\dfrac{-x}{\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{2}$,解得$x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.故选B.

6.B 【解析】根据题意可得函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数,$(-\infty,0)$上为减函数,$f(0)=0$,由$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=f(-2)=1$可得$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=f(2)=-1$,对于A,由$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数,且$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1$,$f(2)=-1$,所以存在$x_0\in\left(\dfrac{1}{2},2\right)$,使$f(x_0)=0$,所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上有一个零点,同理$f(x)$在$(-\infty,0)$上有一个零点,又因为$f(0)=0$,所以$f(x)$有三个零点,故A错误;对于B,因为函数$f(x)$在$(-\infty,0)$上为减函数,所以$f(-1)>f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1$,故B正确;对于C,因为函数$f(x)$在$(-\infty,0)$上为减函数,所以$f(-3)>f(-2)=1$,故C错误;对于D,因为$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1$,$f(2)=-1$,所以$f\left(\dfrac{1}{2}\right)>f(2)$,故D错误.故选B.

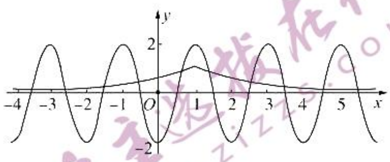
7.B 【解析】$a\sin\left(A-\dfrac{\pi}{2}\right)=b\cos(\pi+B)$化简得$a\cos A=b\cos B$,由正弦定理可知,$\sin A\cos A=\sin B\cos B$,所以$\sin 2A=\sin 2B$,因为$2A,2B\in(0,2\pi)$,所以$2A=2B$或$2A+2B=\pi$,即$A=B$或$A+B=\dfrac{\pi}{2}$,所以$\triangle ABC$是直角三角形或等腰三角形,由此可知“$a\sin\left(A-\dfrac{\pi}{2}\right)=b\cos(\pi+B)$”是“$\triangle ABC$为等腰三角形”的必要不充分条件.故选B.

8.C 【解析】$\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}+2\alpha\right)=\sin\left[\dfrac{3\pi}{2}-2\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)\right]=-\cos\left[2\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)\right]=2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)-1=2\times\dfrac{3}{36}-1=-\dfrac{5}{6}$.故选C.

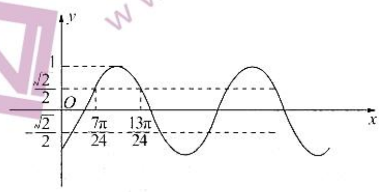
9.B 【解析】对于A,$p:x>y>0$,$q:x>y>0$,故p是q的充要条件,不符合题意;对于B,由题意得$\dfrac{2}{a}=\dfrac{a}{8}\neq\dfrac{3}{6}$,解得$a=-4$,故$p$是$q$的充分不必要条件,符合题意;对于C,函数$f(x)$若有两个零点,则$\Delta=4a^2-8(a+4)>0$,解得$a<-2$或$a>4$,故$p$是$q$的既不充分也不必要条件,不符合题意;对于D,易知由q可推出p,若$a=1,b=6$,满足$a+b>6$,但不满足$a>3$且$b>3$,故p是q的必要不充分条件,不符合题意.故选B.

10.A 【解析】因为$\boldsymbol{a}=\left(\cos\dfrac{\pi}{3},\sin\dfrac{2\pi}{3}\right)=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$,$\boldsymbol{b}=(1,x)$,又$2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=2\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)-3(1,x)=(-2,\sqrt{3}-3x)$,所以$|2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|=\sqrt{4+(\sqrt{3}-3x)^2}\geqslant 2>1$,故A正确;$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}+x\right)$,若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{b}$,则$\dfrac{3}{2}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+x$,解得$x=\sqrt{3}$,即当$x=\sqrt{3}$时,$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{b}$,故B错误;设$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为$\theta$,则$\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}=\dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}x}{\sqrt{x^2+1}}$,当$x=0$时,$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$,夹角为$\theta=\dfrac{\pi}{3}$,故C错误;因为$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\left(\dfrac{1}{2},x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$,$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\dfrac{1}{2}+x\left(x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=x^2-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+\dfrac{1}{2}=\left(x-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+\dfrac{5}{16}>0$,所以不存在$x$,使得$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$,故D错误.故选A.

11.B 【解析】两个函数均关于 $x=1$ 对称，所以两个函数的图象在 $x=1$ 两侧的交点对称，且每对交点的横坐标之和为 2，分别画出两个函数的图象，易知两个函数在 $x=1$ 两侧分别有 5 个交点，共有 10 个交点，$\sum_{i=1}^{m}x_i=5\times2=10$.故选 B.



12.B 【解析】函数 $f(x)=\sin x$ 的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位得到 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，再把每个点横坐标缩小为原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数 $y=g(x)$，则 $g(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.画出其图象如图，由图可知，对于任意的 $a\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$，在区间 $[0,b]$上总存在唯一确定的 θ，使得 $g(\theta)=a$，则 b 的取值范围为$\left[\frac{7}{24}\pi,\frac{13}{24}\pi\right)$，所以 b 的最小值为$\frac{7\pi}{24}$.故选 B.



13.6 【解析】设点 D 为 BC 的中点，则 $AD=3$.$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AO}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot\cos\angle BAO=|\overrightarrow{AO}|\cdot|\overrightarrow{AD}|=2\times3=6$.

14.$ex-4y+e=0$ 【解析】因为 $f'(x)=\frac{e^x x}{(x+1)^2}$，$f'(1)=\frac{e}{4}$，所以函数 $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$的图象在 $x=1$ 处的切线方程为 $y-\frac{e}{2}=\frac{e}{4}(x-1)$，即 $ex-4y+e=0$.

15.$\frac{13\sqrt{3}}{4}+6$ 【解析】由题意 $b^2=ac$，$B=\frac{\pi}{3}$ 可得△ABC 为等边三角形.在△ADC 中，由余弦定理可得 $AC^2=AD^2+CD^2-2AD\cdot CD\cdot\cos D$，由于 $AD=3$，$CD=2$，代入上式可得 $b^2=13-12\cos D$，所以 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}b^2\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}\cdot6\sin D=\frac{\sqrt{3}}{4}b^2+3\sin D=\frac{\sqrt{3}}{4}(13-12\cos D)+3\sin D=6\sin\left(D-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{13\sqrt{3}}{4}$，所以四边形 $ABCD$ 面积的最大值为$\frac{13\sqrt{3}}{4}+6$.

16.$\left(0,\frac{4}{e^2}\right]$ 【解析】因为函数 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以存在正数 x，使得 $ae^x=x^2$，即 $a=\frac{x^2}{e^x}$，设函数 $h(x)=\frac{x^2}{e^x}$，$h'(x)=\frac{x(2-x)}{e^x}$，所以 $h(x)=\frac{x^2}{e^x}$在$(0,2)$上单调递增，在$(2,+\infty)$上单调递减，且 $h(x)=\frac{x^2}{e^x}>0$，$h(x)_{max}=h(2)=\frac{4}{e^2}$，$h(0)=0$，所以 a 的取值范围是$\left(0,\frac{4}{e^2}\right]$.

17.【解析】(1)因为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos\frac{2\pi}{3}$，所以$|\boldsymbol{b}|=4$， …………………………………………… 3 分

所以 $\boldsymbol{b}$ 在$\boldsymbol{a}$方向上的投影为$|\boldsymbol{b}|\cos\frac{2\pi}{3}=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$. …………………………………………… 6 分

(2)$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{4\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=2\sqrt{7}$，$\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2=-20$， …………………… 9 分

设向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{b}|\cdot|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}=\frac{-20}{4\times2\sqrt{7}}=-\frac{5\sqrt{7}}{14}$. …………………………………… 12 分

18.【解析】(1)当 $0<x\leqslant40$ 时，$W(x)=200x-(2x^2+80x)-300=-2x^2+120x-300$； …………………………… 2 分

当 $40<x\leqslant100$ 时，$W(x)=200x-\left(201x+\frac{3\,600}{x}-2\,100\right)-300=-\left(x+\frac{3\,600}{x}\right)+1\,800$， …………………… 4 分

所以 $W(x)=\begin{cases}-2x^2+120x-300, & 0<x\leqslant40,\\ -\left(x+\frac{3\,600}{x}\right)+1\,800, & 40<x\leqslant100.\end{cases}$ …………………………………… 5 分

(2)若 $0<x\leqslant40$，$W(x)=-2(x-30)^2+1\,500$，

当 $x=30$ 时，$W(x)_{max}=1\,500$万元. …………………………………………………… 8 分

若 $40<x\leqslant 100$，$W(x)=-\left(x+\dfrac{3\ 600}{x}\right)+1\ 800\leqslant -120+1\ 800=1\ 680$，

当且仅当 $x=\dfrac{3\ 600}{x}$ 时，即 $x=60$ 时，$W(x)_{\max}=1\ 680$ 万元. ………………………………………… 11 分

则该产品的年产量为 60 台时，公司所获利润最大，最大利润是 1 680 万元. ………………………………………… 12 分

19.【解析】(1) 当直线 l 的斜率为 1 时，则 $f'(x_1)=e^{x_1}=1$，则 $x_1=0$，$A(0,1)$，所以直线 l 的方程是 $y=x+1$，联立方程 $\begin{cases}y=(x-a)^2\\ y=x+1,\end{cases}$ 所以 $x^2-(2a+1)x+a^2-1=0$，令 $\Delta=(2a+1)^2-4(a^2-1)=0$，解得 $a=-\dfrac{5}{4}$，………………………………… 6 分

(2) 证明：已知 $A(x_1,e^{x_1})$，$B(x_2,(x_2+1)^2)$，根据两个切点分别写出直线 l 的切线方程是 $y-e^{x_1}=e^{x_1}(x-x_1)$，即 $y=e^{x_1}x+e^{x_1}(1-x_1)$，………………………………………… 7 分

$y-(x_2+1)^2=2(x_2+1)(x-x_2)$，即 $y=2(x_2+1)x-x_2^2+1$，………………………………………… 8 分

利用斜率和纵截距可得方程组 $\begin{cases}e^{x_1}=2(x_2+1),\\ e^{x_1}(1-x_1)=-x_2^2+1.\end{cases}$ ………………………………………… 10 分

所以 $2(x_2+1)(1-x_1)=-x_2^2+1$，因为 $e^{x_1}=2(x_2+1)>0$，所以 $2(1-x_1)=1-x_2$，即 $2x_1-x_2=1$，得证. ………… 12 分

20.【解析】由 $\sqrt{3}\sin B-\cos B=2$，得 $B=120°$. ………………………………………… 2 分

因为 $\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=-\dfrac{\sin A\sin B}{\tan B\sin C}$，

所以 $\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2abc}+\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2abc}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\sqrt{3}c}$，所以 $b=2$. ………………………………………… 4 分

(2) 由面积关系可知 $\dfrac{1}{2}ac\sin 120°=\dfrac{a}{2}\times 2\times\sin 60°+\dfrac{c}{2}\times 2\times\sin 60°$，

所以 $ac=2a+2c$，所以 $1=\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{c}$，………………………………………… 7 分

又 $b^2=a^2+c^2+ac$，$(a+c)\left(\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{c}\right)=4+\dfrac{2c}{a}+\dfrac{2a}{c}\geqslant 8$，………………………………………… 9 分

所以 $b^2=a^2+c^2+ac=(a+c)^2-ac=(a+c)^2-2(a+c)=(a+c-1)^2-1$，

当 $a+c=8$ 时，b^2 有最小值为 48，………………………………………… 11 分

所以 b 的最小值为 $4\sqrt{3}$. ………………………………………… 12 分

21.【解析】(1) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$.

当 $a=-2$ 时，$f(x)=-x^2+3x-\ln x$，$f'(x)=-2x+3-\dfrac{1}{x}=-\dfrac{(2x-1)(x-1)}{x}$，$(x>0)$ ………………………… 2 分

则当 $0<x<\dfrac{1}{2}$ 或 $x>1$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，$(1,+\infty)$ 单调递减，………………………… 3 分

当 $\dfrac{1}{2}<x<1$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在 $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ 单调递增. ………………………………………… 4 分

则函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$，单调递减区间为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，$(1,+\infty)$. ………………………… 6 分

(2) 要证明 $f(x)>(1-a)x+\dfrac{1}{x}-1+\dfrac{1}{2}a$，只需证明 $\dfrac{1}{2}a(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1>0$，………………………… 7 分

因为 $a\geqslant 1$，$x^2-1>0$，所以 $\dfrac{1}{2}a(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1>\dfrac{1}{2}(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1$，………………………… 9 分

设 $g(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-1)-\ln x-\dfrac{1}{x}+1$，$g'(x)=x-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{(x+1)(x-1)^2}{x^2}+1>1>0$，

所以函数 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递增，$g(x)>g(1)=0$，所以 $f(x)>(1-a)x+\frac{1}{x}-1+\frac{1}{2}a$. …… 12 分

22.【解析】(1) C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\varphi,\\ y=\sqrt{2}\sin\varphi,\end{cases}$ （φ 为参数）；…… 3 分

l 的直角坐标方程为 $2\sqrt{2}x+y-6=0$. …… 5 分

(2)由(1)可设 $M(\cos\varphi,\sqrt{2}\sin\varphi)$，

M 到直线 l 的距离 $d=\frac{|2\sqrt{2}\cos\varphi+\sqrt{2}\sin\varphi-6|}{3}=\frac{|\sqrt{10}\sin(\varphi+\alpha_0)-6|}{3}$，其中 $\tan\alpha_0=2$，…… 8 分

当 $\sin(\varphi+\alpha_0)=1$ 时，d 取得最小值 $\frac{6-\sqrt{10}}{3}$. …… 10 分

23.【解析】(1) $f(x)=|x+1|-2|x-2|=\begin{cases}x-5, & x\leqslant -1,\\ 3x-3, & -1<x\leqslant 2,\\ -x+5, & x>2,\end{cases}$

令 $f(x)\geqslant 2$，则有 $\begin{cases}x-5\geqslant 2,\\ x\leqslant -1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}3x-3\geqslant 2,\\ -1<x\leqslant 2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-x+5\geqslant 2,\\ x>2,\end{cases}$

解得 $\frac{5}{3}\leqslant x\leqslant 3$，所以不等式的解集为 $\left[\frac{5}{3},3\right]$. …… 5 分

(2)由(1)可知，函数 $f(x)=|x+1|-2|x-2|$ 的最大值为 $t=f(2)=3$，

所以 $3=2a^2+5b^2+3c^2=2(a^2+b^2)+3(b^2+c^2)\geqslant 4ab+6bc$，…… 8 分

当且仅当 $a=b=c=\frac{\sqrt{30}}{10}$ 时等号成立，

所以 $3\geqslant 4ab+6bc$，即 $2ab+3bc\leqslant\frac{3}{2}$，

所以 $2ab+3bc$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$. …… 10 分

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承‘’专业、专注、有态度‘’的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。