中学生标准学术能力测试诊断性测试 11 月测试

文科数学（一卷）答案

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.B　2.A　3.B　4.A　5.B　6.D　7.B　8.D　9.A　10.C　11.B　12.C

二. 填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 2

14. 10

15. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

16. $1+\frac{2\sqrt{21}}{9}$

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：60 分.

17.（12 分）

（1）等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=8,S_3=14$，可列方程组 $\begin{cases}a_1q^2=8\\a_1+a_1q=6\end{cases}$ ....3 分

由于 $\{a_n\}$ 各项都是正数，$\therefore q>0$，可得 $\begin{cases}a_1=2\\q=2\end{cases}$ ....5 分

$\therefore a_n=2^n$ ....6 分

（2）$\because$ $2^n-b_n=1+(n-1)\times 3$，$\therefore b_n=2^n-3n+2$ ....8 分

$\therefore T_n=2^1+2^2+\cdots+2^n-3\times(1+2+\cdots+n)+2n$

$=\frac{2(1-2^n)}{1-2}-3\times\frac{(1+n)n}{2}+2n=2^{n+1}-\frac{3}{2}n^2+\frac{n}{2}-2$ ....12 分

18.（12 分）

（1）甲产品的不合格率为 $P_1=\frac{7+13}{100}=20\%$，乙产品的不合格率为

$P_2=\frac{9+21}{100}=30\%$ ....6 分

（2）由题意，若按合格与不合格的比例抽取 5 件甲产品，则其中恰有 1 件次品，4 件合格品，因而可设这 5 件甲产品分别为 a,b,c,d,E，其中小写字母代表合格品，E 代表次品，从中随机抽取 2 件，则所有可能的情况为 ab,ac,ad,aE,bc,bd,bE,cd,cE,dE，共 10

种，设“这 2 件产品全是合格品”为事件 M，则事件 M 所包含的情况为 ab,ac,ad,bc,bd,cd，共 6 种.

由古典概型的概率计算公式，得 $P(M)=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$ ....12 分

19.（12 分）

（1）$\because PA=PB=PC=2$，又 $\angle APC=\angle APB=60^\circ$，

$\therefore \Delta APB$ 和 ΔAPC 都是等边三角形，$AB=AC=2$.

取 BC 中点 H，连接 AH，$\therefore AH\perp BC$.

$\therefore AH^2=AC^2-CH^2=2$............3 分

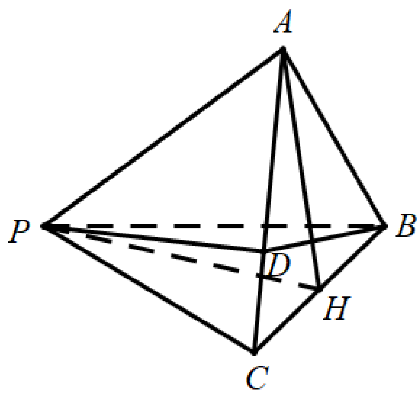
$\because \angle BPC=90^\circ$，$\therefore BC=2\sqrt{2}$，$PH=\sqrt{2}$

在 ΔPHA 中，$AH^2=2$，$PH^2=2$，$PA^2=4$，

$\therefore PA^2=PH^2+AH^2$，$\therefore AH\perp PH$，$PH\cap BC=H$

$\therefore AH\perp$ 平面 PBC.

$\because AH\subset$ 平面 ABC，$\therefore$ 平面 $ABC\perp$ 平面 BPC............6 分



第 19 题

（2）$V_{D-APB}=\dfrac{2}{3}V_{C-APB}=\dfrac{2}{3}V_{A-PBC}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}\times S_{\Delta PBC}\times AH=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$ ....12 分

20.（12 分）

（1）当直线 l 的斜率不存在时，$A\left(\dfrac{p}{2},p\right),B\left(\dfrac{p}{2},-p\right)$，此时 $|AB|=2p$............2 分

当直线 l 的斜率存在时，设为 k，此时 $l:y=k\left(x-\dfrac{p}{2}\right)$，与抛物线方程联立：

$\begin{cases} y=k\left(x-\dfrac{p}{2}\right) \\ y^2=2px \end{cases}$，消去 y，可得：$k^2x^2-\left(k^2p+2p\right)x+\dfrac{k^2p^2}{4}=0$............4 分

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，根据韦达定理，$x_1+x_2=\dfrac{k^2p+2p}{k^2}=p+\dfrac{2p}{k^2}$

$\therefore |AB|=x_1+x_2+p=2p\left(1+\dfrac{1}{k^2}\right)>2p$............6 分

$\therefore |AB|_{\min}=2p=4$，则抛物线 C 的方程为：$y^2=4x$ ....7 分

（如果直接写出$|AB|_{\min}=2p=4$，没有讨论直线l的斜率存在时的情况，只给 3 分）

（2）当直线l的斜率不存在时，结论显然成立...........8 分

当直线l的斜率存在时，$\because y_1+y_2=kx_1-\dfrac{kp}{2}+kx_2-\dfrac{kp}{2}=k(x_1+x_2)-kp$，将

$x_1+x_2=p+\dfrac{2p}{k^2}$代入可得，$y_1+y_2=\dfrac{2p}{k}$，$N\left(-\dfrac{p}{2},\dfrac{p}{k}\right)$...........9 分

$k_{NF}=\dfrac{\frac{p}{k}}{-\frac{p}{2}-\frac{p}{2}}=-\dfrac{1}{k}$，由于$\left(-\dfrac{1}{k}\right)\cdot k=-1$，$\therefore$ 直线 $FN\perp l$ ....12 分

21.（12 分）

（1）当$a=-1$时，$f(x)=x^3-x-2\ln x(x>0)$，$f'(x)=3x^2-1-\dfrac{2}{x}=\dfrac{3x^3-x-2}{x}$ ......2 分

$f'(x)=\dfrac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$ ....3 分

$\because 3x^2+3x+2>0$恒成立，$\therefore$所以当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$y=f(x)$单调递增；

当$x\in(0,1)$时，$f'(x)<0$，$y=f(x)$单调递减...........4 分

（2）$\because$ $f(x)=x^3+ax-2\ln x\ge 0$在$(0,+\infty)$上恒成立，$\therefore$当$x\in(0,+\infty)$时，

$g(x)=x^2+a-\dfrac{2\ln x}{x}\ge 0$恒成立...........6 分

$g'(x)=2x-2\dfrac{(\ln x)'\cdot x-\ln x\cdot x'}{x^2}=2\dfrac{x^3+\ln x-1}{x}$ ....7 分

令$h(x)=x^3+\ln x-1$，可得$h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$h(1)=0$

$\therefore x\in(0,1)$时，$h(x)<0, g'(x)<0,$ 即 $y=g(x)$单调递减

$\therefore x\in(1,+\infty)$，$h(x)>0, g'(x)>0,$ 即 $y=g(x)$单调递增...........10 分

$\therefore g(x)_{\min}=g(1)=1+a\ge 0$，可得：$a\ge -1$ ....12 分

（其它方法酌情给分）

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.作答时请写清题号.

22.【选修 4−4：坐标系与参数方程】（10 分）

（1）$P(3,-3)$，C：$(x-2)^2+(y-1)^2=4$............4 分

（2）设 $Q(2\cos\theta+2,2\sin\theta+1)$，则 PQ 的中点 $M\left(\cos\theta+\frac{5}{2},\sin\theta-1\right)$

直线 $l:x+y-6=0$............6 分

则点 M 到直线 l 的距离为 $d=\frac{\left|\cos\theta+\sin\theta-\frac{9}{2}\right|}{\sqrt{2}}=\frac{\left|\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{9}{2}\right|}{\sqrt{2}}$............8 分

当 $\theta=2k\pi-\frac{3}{4}\pi(k\in Z)$时，最大距离为$1+\frac{9\sqrt{2}}{4}$............10 分

23.【选修 4−5：不等式选讲】（10 分）

（1）$f(x)=|2x+4|+|x-1|=\begin{cases}3x+3,x\ge1\\x+5,-2<x<1\\-3x-3,x\le-2\end{cases}$，所以 $f(x)$的值域为$[3,+\infty)$，

由不等式$|2x+4|+|x-1|\ge m$的解集为 R 可知，$m\le3$............5 分

（2）$n=3$，$\frac{2}{2a+b}+\frac{1}{a+3b}=3$

当 $a,b>0$ 时，$17a+11b=\frac{1}{3}\left(\frac{2}{2a+b}+\frac{1}{a+3b}\right)[8(2a+b)+(a+3b)]$

$=\frac{1}{3}\left[16+\frac{2(a+3b)}{2a+b}+\frac{8(2a+b)}{a+3b}+1\right]\ge\frac{1}{3}\left(17+2\sqrt{2\times8}\right)=\frac{25}{3}$............8 分

当且仅当$\begin{cases}\frac{2}{2a+b}+\frac{1}{a+3b}=3\\a+3b=2(2a+b)\end{cases}$，即 $a=\frac{1}{6},b=\frac{1}{2}$时，$17a+11b$ 取到最小值

$\frac{25}{3}$............10 分

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信扫一扫，快速关注