

绝密★启用前

天一大联考

2022—2023 学年高一年级阶段性测试(三)

数 学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\vec{PA} + \vec{BC} - \vec{BA} =$

- A. \vec{PB} B. \vec{CP} C. \vec{AC} D. \vec{PC}

2. 已知向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, $a \cdot b = 3$, $|b| = 2$, 则 $|a| =$

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 12

3. 已知向量 a 与 b 的方向相反, $b = (-2, 3)$, $|a| = 2\sqrt{13}$, 则 $a =$

- A. $(-6, 4)$ B. $(-4, 6)$ C. $(4, -6)$ D. $(6, -4)$

4. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = 4\sqrt{3}$, $b = 12$, $B = 60^\circ$, 则 $A =$

- A. 30° B. 45° C. 150° D. 30° 或 150°

5. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $BC = 4$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 则 $\cos A =$

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, E 为 AB 边的中点, F 为 BC 边上的点, 且 $\vec{BF} = \frac{3}{4}\vec{BC}$, $AB = 2$,

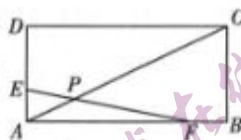
$BC = 4$, 则 $\vec{AC} \cdot \vec{EF} =$

- A. 6 B. 9
C. 10 D. 19



数学试题 第 1 页(共 4 页)

7. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, E 为 AD 边上靠近点 A 的三等分点, F 为 AB 边上靠近点 B 的四等分点,且线段 EF 交 AC 于点 P . 若 $\vec{AB} = \mathbf{a}$, $\vec{AD} = \mathbf{b}$, 则 $\vec{AP} =$



- A. $\frac{3}{4}\mathbf{a} + \frac{3}{4}\mathbf{b}$ B. $\frac{3}{13}\mathbf{a} + \frac{3}{13}\mathbf{b}$ C. $\frac{5}{14}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$ D. $\frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{9}{16}\mathbf{b}$

8. 已知锐角 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $2(\cos A \cos B + \cos C) = \sqrt{3} \sin B$, $a = \sqrt{7}$, $bc = 6$, 则 $b + c =$

- A. 9 B. 8 C. 5 D. 4

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (-2, 4)$, 则

- A. $|\mathbf{a}| = \sqrt{5}$ B. $\mathbf{a} \parallel \left(\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b}\right)$
C. $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ D. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$

10. 下列说法中正确的有

- A. 若 \vec{AB} 与 \vec{CD} 是共线向量, 则点 A, B, C, D 必在同一条直线上
B. 若向量 $\mathbf{a} = (1, 3)$, $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (-1, -3)$, 则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$
C. 若平面上不共线的四点 O, A, B, C 满足 $\vec{OA} - 3\vec{OB} + 2\vec{OC} = \mathbf{0}$, 则 $\frac{|\vec{AB}|}{|\vec{BC}|} = 2$
D. 若非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 \mathbf{a} 与 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的夹角是 $\frac{\pi}{3}$

11. 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 1$, $t \in \mathbf{R}$, 则

- A. \mathbf{b} 在 \mathbf{a} 方向上的投影向量的模为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
B. $\mathbf{a} + \sqrt{3}\mathbf{b}$ 在 \mathbf{a} 方向上的投影向量的模为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $|t\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 的最小值为 $\frac{1}{4}$
D. $|t\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 取得最小值时, $\mathbf{a} \perp (t\mathbf{a} + \mathbf{b})$

12. 已知 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $a(\sin A - \sin B) = c \sin C - b \sin B$, 则下列说法正确的是

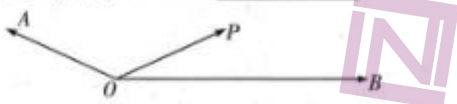
- A. $C = \frac{\pi}{6}$
B. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 c 的最小值为 2
C. 若 $a = 1$, $B = \frac{5\pi}{12}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3 + \sqrt{3}}{8}$
D. 若 $b = 3$, $c = \sqrt{7}$, 则满足条件的 $\triangle ABC$ 有且仅有一个

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知向量 $a = (-1, 3)$, $b = (x, 0)$, $c = (2, 1)$, 若 $c \perp (a + b)$, 则实数 x 的值为 _____.

14. 已知 $\vec{AB} = \frac{1}{4}\vec{BC}$, 且 $\vec{BA} = m\vec{AC}$, 则实数 $m =$ _____.

15. 如图所示, 向量 \vec{OA} 与 \vec{OB} 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$, 向量 \vec{OP} 与 \vec{OB} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, $|\vec{OA}| = |\vec{OP}| = 2$, $|\vec{OB}| = 4$, 若 $\vec{OP} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$ ($m, n \in \mathbf{R}$), 则 $m + n =$ _____.



16. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $A = \frac{\pi}{4}$, $2b^2 = 2a^2 + c^2$, 则 $\sin C =$ _____.

四、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (1, t)$ ($t \in \mathbf{R}$).

(I) 若 $(a + b) \parallel (a - b)$, 求 t 的值;

(II) 若 $t = 1$, a 与 $a + mb$ 的夹角为锐角, 求实数 m 的取值范围.

18. (12 分)

已知 e_1, e_2 为单位向量, 且 e_1, e_2 的夹角为 120° , 向量 $a = 2e_1 + e_2$, $b = e_2 - e_1$.

(I) 求 $a \cdot b$;

(II) 求 a 与 b 的夹角.

19. (12 分)

已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sin 2B = \sin B$.

(I) 求 B ;

(II) 若 $a > c$, 且 $a + c = \sqrt{3}b$, 证明: $a = 2c$.

20. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 的外心为点 O ,且 $\vec{CO} = \lambda(\vec{CA} + \vec{CB})$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), P 为边 AB 的中点.

(I) 求证: $CP \perp AB$;

(II) 若 $\lambda = \frac{5}{14}$, 求 $\angle ACB$ 的余弦值.

21. (12分)

已知 E 为 $\triangle ABC$ 内一点, F 为 AC 边的中点.

(I) 若 $\vec{EA} + 3\vec{EB} + \vec{EC} = \mathbf{0}$, 求证: $5\vec{BE} = 2\vec{BF}$;

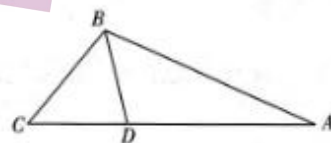
(II) 若 $\vec{EA} + 2\vec{EB} + 3\vec{EC} = \mathbf{0}$, $\triangle EBC$, $\triangle ABC$ 的面积分别为 S' , S , 求证: $S = 6S'$.

22. (12分)

如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sin^2 A + \sin^2 C - \sin^2 B = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \sin A \cdot \sin B \sin C$.

(I) 求 B ;

(II) 若 $a^2 + c^2 + 3c = b^2$, $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = -\frac{15}{2}$, 点 D 在边 AC 上, 且 \vec{BD} 在 \vec{BC} 和 \vec{BA} 上的投影向量的模相等, 求线段 BD 的长.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线