秘密★启用前

2022~2023 学年度第二学期期末考试

高一数学试题

2023．7

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,\lambda)$，$\boldsymbol{b}=(\mu,2)$，若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则

A．$\mu=2\lambda$　　B．$\mu=-2\lambda$　　C．$\lambda\mu=2$　　D．$\lambda\mu=-2$

2．已知复数 z 满足 $\overline{z}=z$，$\overline{z}\cdot z=4$，则 $z=$

A．2　　B．±2　　C．2i　　D．±2i

3. 一个圆台的上、下底面的半径分别为1，4，母线长为5，则该圆台的侧面积为

A．30π　　B．25π　　C．20π　　D．15π

4．将一枚质地均匀的骰子连续抛掷 2 次，至少出现一次 6 点的概率为

A．$\dfrac{13}{18}$　　B．$\dfrac{25}{36}$　　C．$\dfrac{11}{36}$　　D．$\dfrac{5}{18}$

5．一组数据 x_1，x_2，…，$x_{2023}(x_1<x_2<\cdots<x_{2023})$，记其均值为 $\overline{x}$，第25 百分位数为 m，方差为 s^2，则

A．$m=x_{505}$

B．$x_{1012}<\overline{x}<x_{1013}$

C．数据 ax_1+b，ax_2+b，…，$ax_{2023}+b$ 的均值为 $a\overline{x}$

D．数据 ax_1+b，ax_2+b，…，$ax_{2023}+b$ 的方差为 a^2s^2

6．已知 i 为虚数单位，若实数 a 使得 $a\mathrm{i}+a^2(\mathrm{i}^{2023}+1)-1$ 为纯虚数，则 $a=$

A．-1　　B．1　　C．± 1　　D．2

7．某班 50 名学生骑自行车，骑电动车到校所需时间统计如下：

到校方式	人数	平均用时（分钟）	方差
骑自行车	20	30	36
骑电动车	30	20	16

则这 50 名学生到校时间的方差为

A．48　　B．46　　C．28　　D．24

8．筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具，因其经济又环保，至今还在农业生产中得到使用．明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理（图1所示）．假定在水流量稳定的情况下，筒车上的每一个盛水筒都做逆时针匀速圆周运动，筒车转轮的中心 O 到水面的距离 h 为 $1.5\,\mathrm{m}$，筒车的半径 r 为 $2.5\,\mathrm{m}$，筒车每秒转动 $\dfrac{\pi}{12}\,\mathrm{rad}$，如图 2 所示，盛水桶 M 在起始点 P_0 处距水面的距离为 $3\,\mathrm{m}$，则 3s 后盛水桶 M 到水面的距离近似为（$\sqrt{2}\approx 1.414$）


图 1

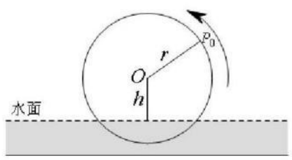


图 2

A．$3.4\,\mathrm{m}$　　B．$3.6\,\mathrm{m}$　　C．$3.8\,\mathrm{m}$　　D．$4.0\,\mathrm{m}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．下列关于复数 z 的四个命题为真命题的是

A．若 $\dfrac{1}{z}\in\mathbf{R}$，则 $z\in\mathbf{R}$　　B．若 $z^2\in\mathbf{R}$，则 $z\in\mathbf{R}$

C．若 $|z-\mathrm{i}|=1$，则 $|z|$ 的最大值为 2　　D．若 $z^3=1$，则 $z=1$

10. 已知点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心，点 $A(1,2)$， $B(2,3)$， $C(-2,5)$，点 D 是 BC 上靠近点 B 的三等分点，则

A. $M(\frac{1}{3},\frac{10}{3})$　　　　B. $D(\frac{2}{3},\frac{11}{3})$

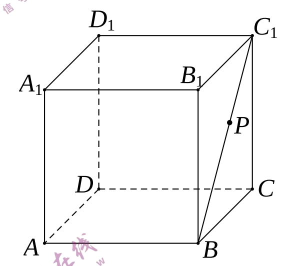
C. $<\overrightarrow{MD},\overrightarrow{AC}>=\frac{\pi}{3}$　　　　D. $|3\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{6}$

11. 已知 A,B 为两个事件， $P(A)=\frac{1}{2}$， $P(B)=\frac{3}{4}$，则 $P(AB)$ 的值可能为

A. $\frac{1}{6}$　　　　B. $\frac{5}{16}$

C. $\frac{3}{8}$　　　　D. $\frac{5}{8}$

12. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P 是线段 BC_1 上的动点（不含两端点），则



A. 直线 A_1P 与平面 ACD_1 相交

B. 三棱锥 $A-D_1PC$ 的体积不变

C. 平面 $PDB_1\perp$ 平面 ACD_1

D. 设直线 DP 与平面 AC 所成的角为 θ，则 $\tan\theta$ 取值范围为 $(0,1)$

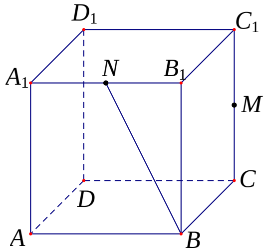
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 某学校为了解学生参加体育运动的情况，用按比例分配的分层随机抽样方法作抽样调查，拟从初中部和高中部两层共抽取 50 名学生，已知该校初中部和高中部分别有 200 名和 800 名学生，则从初中部应抽取的学生人数为__________.

14. 正 $\triangle ABC$ 边长为 2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，则 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{AB}=$__________.

15. 设事件 A， B 相互独立，且 $P(B)=\frac{3}{4}$， $P(A+\overline{B})=\frac{1}{2}$，则 $P(\overline{A}B)=$__________.

16. M,N 分别是棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 CC_1, A_1B_1 的中点，点 P 在正方体的表面上运动，总有 $MP\perp BN$，则点 P 的轨迹所围成图形的面积为________.



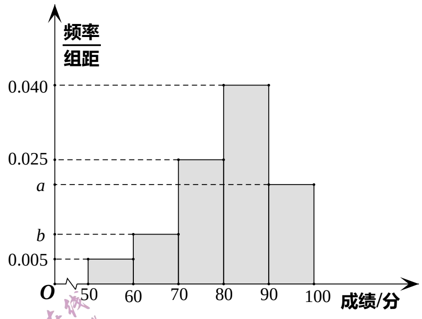
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本题满分 10 分）

统计某班同学一次考试的数学成绩，得到如下频率分布直方图，已知该班学生数学成绩不低于80分的频率为0.60．

（1）求频率分布直方图中a,b的值；

（2）估计该班学生数学成绩的平均分和中位数．

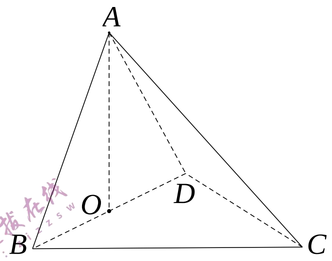


18．（本题满分 12 分）

如图，在三棱锥$A-BCD$中，$AB=AD$，$AB\perp AD$，$CA=CB=CD=BD=2$，O为BD的中点．

（1）求证：$AO\perp$平面BCD；

（2）求异面直线AB与CD所成角的余弦值．



19．（本题满分 12 分）

数学期末考试中有 8 道单项选择题，满分 40 分，每道题有 4 个选项，其中有且仅有一个是正确的，评分标准规定：答对得 5 分，不答或者答错得 0 分．考生甲每道单项选择题都选出了一个答案，能确定其中有 5 道题的答案是正确的，而其余 3 题中，有一道题可以排除两个错误选项，另外两个选项选择的可能性都相等；剩余两道题都能排除一个错误选项，另外三个选项选择的可能性都相等．各道单项选择题答对答错彼此互不影响．

（1）求甲得满分 40 分的概率；

（2）判断甲单项选择题得多少分的可能性最大，并说明理由．

20．（本题满分 12 分）

已知$\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$是不共线的单位向量，$<\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2>=\theta$，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}_1+k\boldsymbol{e}_2$．

（1）若$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$共线，求$|\boldsymbol{b}|$的取值范围；

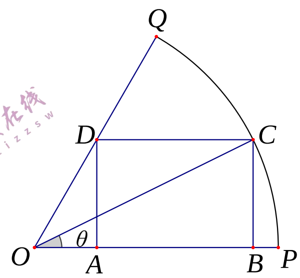
（2）若$\theta=\frac{\pi}{3}$，$\boldsymbol{c}$是向量$\boldsymbol{a}$在向量$\boldsymbol{b}$上的投影向量，满足$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{c}$，求实数$k$的值.

21．（本题满分 12 分）

如图，在扇形OPQ中，半径$OQ=1$，圆心角$\angle POQ=\frac{\pi}{3}$，C是扇形弧上的动点，矩形$ABCD$内接于扇形，设$\angle POC=\theta$．

（1）试建立矩形$ABCD$的面积S关于θ的函数关系式；

（2）在（1）的条件下，当θ为何值时，S取最大值，并求出最大值.



22．（本题满分 12 分）

$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$a\cos C+\frac{1}{2}c=b$．

（1）求A；

（2）已知$b<c$，$\angle BAC$的平分线交BC于点D，$AD=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，BC边上的中线$AE=\sqrt{7}$，求a,b,c．