

姓名_____ 座位号_____

(在此卷上答题无效)

数 学

本试卷共4页,22题。全卷满分150分,考试时间120分钟。

考生注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。更多免费资源,关注微信公众号:拾穗者的杂货铺
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x \mid |x| < 3\}$, $B = \left\{x \mid 4^x \geq \frac{1}{16}\right\}$, 则 $A \cup B =$
A. $[-2, 3)$ B. $(-3, 3)$ C. $[-2, +\infty)$ D. $(-3, +\infty)$
2. $\sin 2010^\circ$ 的值等于
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. 已知向量 $a = (x, 3)$, $b = (12, x-5)$, 若向量 a, b 的夹角为钝角, 则实数 x 的范围是
A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-\infty, -4) \cup (-4, 1)$ D. $(1, 9) \cup (9, +\infty)$
4. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - ax + 3a)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上递增, 则实数 a 的取值范围是
A. $(-4, 4)$ B. $(-4, 4]$ C. $[-4, 2)$ D. $(-\infty, 4)$
5. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\triangle ABC$ 是锐角三角形”是“ $\sin A + \sin B + \sin C > \cos A + \cos B + \cos C$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2^x + a} + b$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 则实数 $b =$
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

【B-024】数学试卷 第1页(共4页)

7. 已知 $a = \log_7 6, b = \log_8 7, c = \log_9 8$, 则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $c < b < a$

8. 已知函数 $y = f(x), x \in \mathbf{R}$ 不是常数函数, 且满足以下条件: ① $f(a+b) + f(a-b) = f(a)f(b)$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$; ② $f(1) = 0$, 则 $f(-2026) =$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. -2

二、选择题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设函数 $f(x) = \frac{10^x}{10^x + 1}$, 若 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $y = \left[f(x) - \frac{1}{2} \right]$ 的函数值可能是

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

10. 已知 $\triangle ABC$, 若点 P 满足 $3\vec{PA} + 2\vec{PB} + \vec{PC} = \mathbf{0}$, 则下列说法正确的是

- A. 点 P 一定在 $\triangle ABC$ 内部 B. $4\vec{PA} + 2\vec{PB} = \vec{CA}$
C. $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle PAC}$ D. $2S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PAC} = S_{\triangle PBC}$

11. 若函数 $f(x) = |\sin(x+\varphi) + \cos(x+\varphi)|$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 则

- A. $\varphi = \frac{\pi}{3}$
B. 点 $(\frac{2\pi}{3}, 0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的一个对称中心
C. 直线 $x = -\frac{\pi}{3}$ 也是一条对称轴
D. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{12})$ 上单调

12. 若实数 a 是方程 $xe^x = e^2$ 的解, 实数 b 是方程 $x \ln x = e^2$ 的解, 则下列说法正确的是

- A. $\frac{3}{2} < a < 2$ B. $ab = e^2$ C. $a + b = 2e$ D. $b - a < e^2 - 3$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设单位向量 a, b 满足 $|3a + 2b| = |5a - 4b|$, 则 $\cos \langle a, b \rangle$ 的值是_____.

14. 钝角 $\triangle ABC$ 中, $a = \sqrt{7}, b = 3, A = 60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_3 |x||, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 设 a, b, c, d 是四个互不相同的实数, 满足 $f(a) = f(b) = f(c) =$

$f(d)$, 则 $|a| + |b| + |c| + |d|$ 的取值范围是_____.

16. 已知函数 $y = \sin^2 x - \cos^2 x$ 的图象与函数 $y = k \sin x \cos x$ ($k > 0$) 的图象关于点 (m, n) ($m < 0$) 对称, 则 $k + n =$ _____; m 的最大值是_____.

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($A > 0, \omega > 0$) 最小值为 -2 , 周期为 π .

(1) 求实数 A, ω 的值;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的值域.

18. (12 分)

已知对应关系 $f(x) = 4^x - a \cdot 2^x + 3, a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $a = 2$, 求 $f(\log_2 3)$ 的值;

(2) 若对于区间 $[-2, 2]$ 内的任意一个数 x , 在区间 $[1, +\infty)$ 内都存在唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应, 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分)

已知 O, A, B 是不共线的三点, 且 C, D 满足 $\vec{OC} = 2\vec{OA}, \vec{OD} = 3\vec{OB}$, 直线 AD 与 BC 交于点 P , 若 $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$.

(1) 求 x, y 的值;

(2) 过点 P 任意作一条动直线交射线 OA, OB 于 M, N 两点, $\vec{OM} = \lambda\vec{OA}, \vec{ON} = \mu\vec{OB}$ ($\lambda, \mu > 0$), 求 $\lambda + \mu$ 的最小值.

20. (12 分)

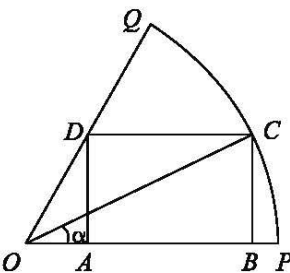
已知函数 $f(x) = 2\lg(10^x + a) - x, a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性并证明;

(2) 给定实数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 问是否存在直线 $x = x_0$, 使得函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = x_0$ 对称? 若存在, 求出 x_0 的值(用 a 表示); 若不存在, 请说明理由.

21. (12分)

如图,已知 OPQ 是半径为 1, 圆心角为 θ ($\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$) 的扇形, C 是扇形弧上的动点, $ABCD$ 是扇形的内接矩形, 设 $\angle POC = \alpha$ ($0 < \alpha < \theta$).



(1) 若 $\theta = \frac{5\pi}{12}, \alpha = \frac{\pi}{4}$, 求线段 OA 的长;

(2) 已知当 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ 时, 矩形 $ABCD$ 的面积 S 最大. 求圆心角 θ 的大小, 并求

此时矩形 $ABCD$ 面积 S 的最大值是多少?

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{x-1} + a$, 函数 $g(x) = ax + \ln x, a \in \mathbf{R}$. 令函数 $h(x) = f(x) - g(x)$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = x$ 相切, ①求实数 a 的值; ②证明: $h(x) \geq 1$;

(2) 若函数 $h(x)$ 有且仅有一个零点 x_0 , 证明: $x_0 < 2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

