

数学学科

参考答案及评分标准

A 卷

第一部分(选择题 共 24 分)

一、选择题(共 8 小题,每小题 3 分,计 24 分.每小题只有一个选项是符合题意的)

1. 计算: $3 \times (-2) =$

A. 1

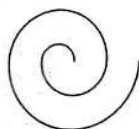
B. -1

C. 6

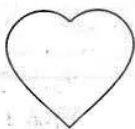
D. -6

[D]

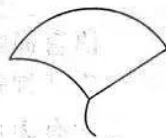
2. 下列图形中,是轴对称图形的是



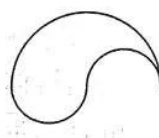
A.



B.



C.



D.

[B]

3. 计算: $(a^3b)^{-2} =$

A. $\frac{1}{a^6b^2}$

B. a^6b^2

C. $\frac{1}{a^5b^2}$

D. $-2a^3b$

[A]

4. 如图,点 D 、 E 分别在线段 BC 、 AC 上,连接 AD 、 BE . 若 $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 25^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle 1$ 的大小为

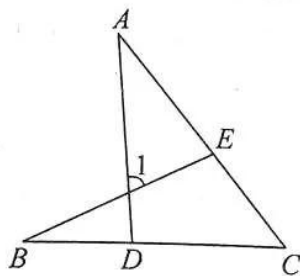
A. 60°

B. 70°

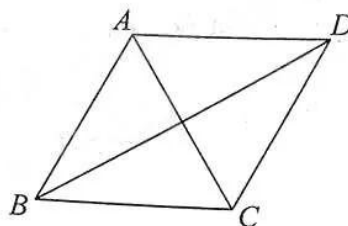
C. 75°

D. 85°

[B]



(第4题图)



(第5题图)

5. 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, 连接 AC 、 BD , 则 $\frac{AC}{BD}$ 的值为

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

[D]

6. 在平面直角坐标系中, 若将一次函数 $y = 2x + m - 1$ 的图象向左平移 3 个单位后, 得到一个正比例函数的图象, 则 m 的值为

A. -5

[A]

C. -6

B. 5

D. 6

7. 如图, AB, BC, CD, DE 是四根长度均为 5 cm 的火柴棒, 点 A, C, E 共线. 若 $AC = 6$ cm, $CD \perp BC$, 则线段 CE 的长度为

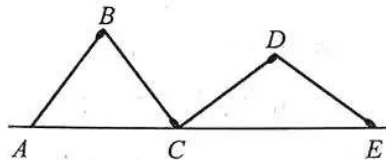
A. 6 cm

[D]

B. 7 cm

C. $6\sqrt{2}$ cm

D. 8 cm



(第7题图)

8. 下表中列出的是一个二次函数的自变量 x 与函数 y 的几组对应值:

[C]

x	...	-2	0	1	3	...
y	...	6	-4	-6	-4	...

下列各选项中, 正确的是

A. 这个函数的图象开口向下

B. 这个函数的图象与 x 轴无交点

C. 这个函数的最小值小于 -6

D. 当 $x > 1$ 时, y 的值随 x 值的增大而增大

第二部分(非选择题 共 96 分)

二、填空题(共 5 小题, 每小题 3 分, 计 15 分)

9. 分解因式: $x^3 + 6x^2 + 9x = x(x+3)^2$.

10. 正九边形一个内角的度数为 140° .

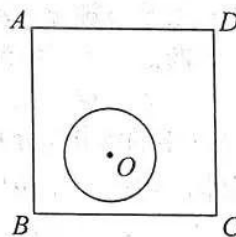
11. 幻方, 最早源于我国, 古人称之为纵横图. 如图所示的幻方中, 各行、各列及各条对角线上的三个数字之和均相等, 则图中 a 的值为 -2 .

-1	-6	1
0	a	-4
-5	2	-3

(第11题图)

12. 若 $A(1, y_1)$, $B(3, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{2m-1}{x}$ ($m < \frac{1}{2}$) 图象上的两点, 则 y_1, y_2 的大小关系是 $y_1 < y_2$. (填“>”、“=”或“<”)

13. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, $\odot O$ 的半径为 1. 若 $\odot O$ 在正方形 $ABCD$ 内平移 ($\odot O$ 可以与该正方形的边相切), 则点 A 到 $\odot O$ 上的点的距离的最大值为 $3\sqrt{2} + 1$.



(第13题图)

三、解答题(共 13 小题, 计 81 分. 解答应写出过程)

14. (本题满分 5 分)

计算: $(-\frac{1}{2})^0 + |1 - \sqrt{2}| - \sqrt{8}$.

解: 原式 $= 1 + \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2}$ (3 分)

$= -\sqrt{2}$ (5 分)

15. (本题满分5分)

解不等式组:
$$\begin{cases} x+5 < 4, \\ \frac{3x+1}{2} \geq 2x-1. \end{cases}$$

解: 由 $x+5 < 4$, 得 $x < -1$ (2分)

由 $\frac{3x+1}{2} \geq 2x-1$, 得 $x \leq 3$ (4分)

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $x < -1$ (5分)

16. (本题满分5分)

解方程:
$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{3}{x^2-1} = 1.$$

解: $(x-1)^2 - 3 = x^2 - 1$ (2分)

$$x^2 - 2x + 1 - 3 = x^2 - 1,$$

$$-2x = 1.$$

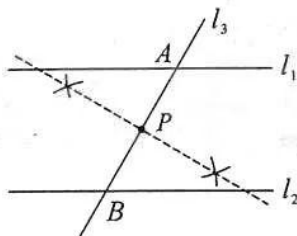
$$x = -\frac{1}{2}.$$
 (4分)

经检验, $x = -\frac{1}{2}$ 是原方程的根. (5分)

17. (本题满分5分)

如图, 已知直线 $l_1 \parallel l_2$, 直线 l_3 分别与 l_1 、 l_2 交于点 A 、 B . 请用尺规作图法, 在线段 AB 上求作一点 P , 使点 P 到 l_1 、 l_2 的距离相等. (保留作图痕迹, 不写作法)

解: 如图所示, 点 P 即为所求.



(第17题答案图)

..... (5分)

18. (本题满分5分)

如图, $BD \parallel AC$, $BD = BC$, 点 E 在 BC 上, 且 $BE = AC$.

求证: $\angle D = \angle ABC$.

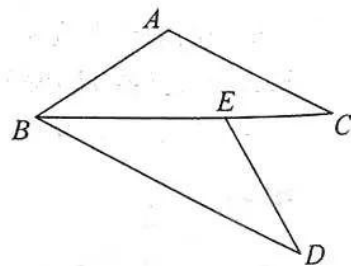
证明: $\because BD \parallel AC$,

$$\therefore \angle EBD = \angle C. \dots\dots\dots (2分)$$

$$\because BD = BC, BE = AC,$$

$$\therefore \triangle EDB \cong \triangle ABC. \dots\dots\dots (4分)$$

$$\therefore \angle D = \angle ABC. \dots\dots\dots (5分)$$



(第18题图)

19. (本题满分5分)

一家商店在销售某种服装(每件标价相同)时,按这种服装每件标价的8折销售10件的销售额,与按这种服装每件标价降低30元销售11件的销售额相等.求这种服装每件的标价.

解:设这种服装每件的标价是 x 元,根据题意,得

$$10 \times 0.8x = 11(x - 30) \quad \dots\dots\dots (3 \text{分})$$

解之,得 $x = 110$.

$\therefore$ 这种服装每件的标价是110元. $\dots\dots\dots (5 \text{分})$

20. (本题满分5分)

从一副普通的扑克牌中取出四张牌,它们的牌面数字分别为2,3,3,6.

(1)将这四张扑克牌背面朝上,洗匀,从中随机抽取一张,则抽取的这张牌的牌面数字是3的概率为 $\frac{1}{2}$; $\dots\dots\dots (2 \text{分})$

(2)将这四张扑克牌背面朝上,洗匀.从中随机抽取一张,不放回,再从剩余的三张牌中随机抽取一张.请利用画树状图或列表的方法,求抽取的这两张牌的牌面数字恰好相同的概率.

解:列表如下:

第 二 次 第 一 次	2	3	3	6
2		(2,3)	(2,3)	(2,6)
3	(3,2)		(3,3)	(3,6)
3	(3,2)	(3,3)		(3,6)
6	(6,2)	(6,3)	(6,3)	

$\dots\dots\dots (4 \text{分})$

由上表可知,共有12种等可能的结果,其中牌面数字恰好相同的结果有2种,

$$\therefore P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad \dots\dots\dots (5 \text{分})$$

21. (本题满分6分)

一座吊桥的钢索立柱 AD 两侧各有若干条斜拉的钢索,大致如图所示.小明和小亮想用测量知识测较长钢索 AB 的长度.他们测得 $\angle ABD$ 为 30° ,由于 B 、 D 两点间的距离不易测得,通过探究和测量,发现 $\angle ACD$ 恰好为 45° ,点 B 与点 C 之间的距离约为16 m.已知点 B 、 C 、 D 共线, $AD \perp BD$.求钢索 AB 的长度.(结果保留根号)

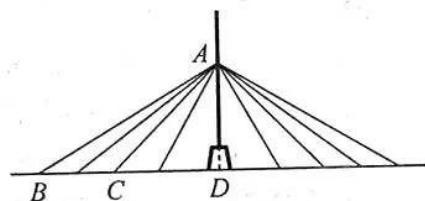
解:在 $\triangle ADC$ 中,设 $AD = x$.

$$\begin{aligned} \because AD \perp BD, \angle ACD = 45^\circ, \\ \therefore CD = AD = x. \quad \dots\dots\dots (2 \text{分}) \end{aligned}$$

在 $\triangle ADB$ 中, $AD \perp BD$, $\angle ABD = 30^\circ$,

$$\therefore AD = BD \tan 30^\circ,$$

$$\text{即 } x = \frac{\sqrt{3}}{3}(16 + x).$$



(第21题图)

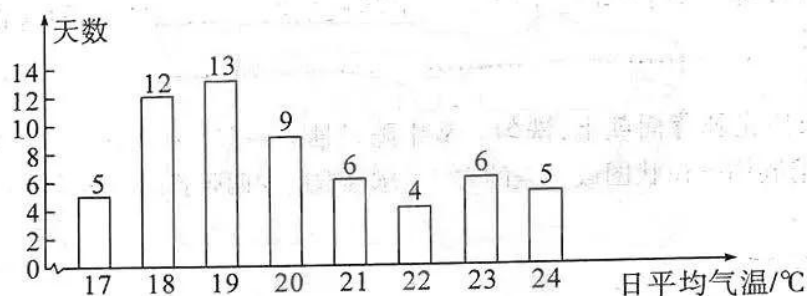
解之,得 $x = 8\sqrt{3} + 8$ (4分)

$\therefore AB = 2AD = 16\sqrt{3} + 16$ (6分)

$\therefore$ 钢索 AB 的长度约为 $(16\sqrt{3} + 16)$ m.

22. (本题满分7分)

今年9月,第十四届全国运动会将在陕西省举行. 本届全运会主场馆在西安,开幕式、闭幕式均在西安举行. 某校气象兴趣小组的同学们想预估一下西安市今年9月份日平均气温状况. 他们收集了西安市近五年9月份每天的日平均气温,从中随机抽取了60天的日平均气温,并绘制成如下统计图:



(第22题图)

根据以上信息,回答下列问题:

(1)这60天的日平均气温的中位数为 19.5°C , 众数为 19°C ; (2分)

(2)求这60天的日平均气温的平均数;

(3)若日平均气温在 $18^\circ\text{C} \sim 21^\circ\text{C}$ 的范围内(包含 18°C 和 21°C)为“舒适温度”. 请预估西安市今年9月份日平均气温为“舒适温度”的天数.

$$\text{解: (2)} \bar{x} = \frac{1}{60}(17 \times 5 + 18 \times 12 + 19 \times 13 + 20 \times 9 + 21 \times 6 + 22 \times 4 + 23 \times 6 + 24 \times 5) \\ = 20.$$

$\therefore$ 这60天的日平均气温的平均数为 20°C (5分)

$$(3) \therefore \frac{12 + 13 + 9 + 6}{60} \times 30 = 20.$$

$\therefore$ 预估西安市今年9月份日平均气温为“舒适温度”的天数为20天. (7分)

23. (本题满分7分)

在一次机器“猫”抓机器“鼠”的展演测试中,“鼠”先从起点出发,1 min后,“猫”从同一起点出发去追“鼠”,抓住“鼠”并稍作停留后,“猫”抓着“鼠”沿原路返回.“鼠”、“猫”距起点的距离 $y(\text{m})$ 与时间 $x(\text{min})$ 之间的关系如图所示.

(1)在“猫”追“鼠”的过程中,“猫”的平均速度与“鼠”的平均速度的差是 1 m/min ; ... (2分)

(2)求 AB 的函数表达式;

(3)求“猫”从起点出发到返回至起点所用的时间.

解:(2) 设 AB 的表达式为 $y=kx+b(k \neq 0)$, 则

$$\begin{cases} 30=7k+b, \\ 18=10k+b. \end{cases}$$

解之, 得 $\begin{cases} k=-4, \\ b=58. \end{cases}$

$\therefore y=-4x+58$ (5分)

(3) 令 $y=0$, 则 $-4x+58=0$. $\therefore x=14.5$.

$\therefore$ “猫”从起点出发到返回至起点所用的时间为 13.5 min. (7分)

24. (本题满分 8 分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 E, F 在 $\odot O$ 上, 且 $\widehat{BF}=2\widehat{BE}$, 连接 OE, AF , 过点 B 作 $\odot O$ 的切线, 分别与 OE, AF 的延长线交于点 C, D .

(1) 求证: $\angle COB = \angle A$;

(2) 若 $AB=6, CB=4$, 求线段 FD 的长.

如图, (1) 证明: 取 $\widehat{BF}$ 的中点 M , 连接 OM, OF .

$\because \widehat{BF}=2\widehat{BE}, \therefore \widehat{BM}=\widehat{MF}=\widehat{BE}$.

$\therefore \angle COB = \frac{1}{2} \angle BOF$ (2分)

$\because \angle A = \frac{1}{2} \angle BOF$,

$\therefore \angle COB = \angle A$ (3分)

(2) 解: 连接 BF .

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore AB \perp CD$.

由 (1), 知 $\angle COB = \angle A$,

$\therefore \triangle OBC \sim \triangle ABD$ (5分)

$\therefore \frac{OB}{BC} = \frac{AB}{BD}$.

$\therefore BD = \frac{BC \cdot AB}{OB} = \frac{4 \times 6}{3} = 8$.

$\therefore AD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (6分)

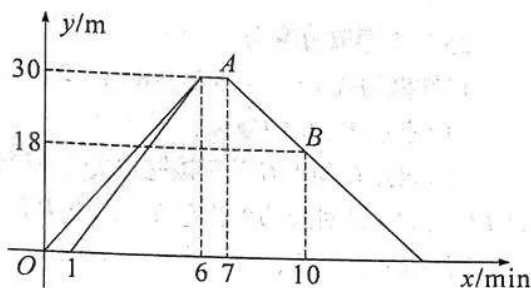
$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore BF \perp AD$.

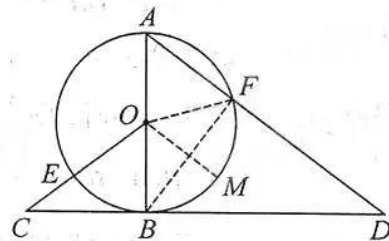
$\because \angle D = \angle D$,

$\therefore \triangle BFD \sim \triangle ABD$.

$\therefore \frac{FD}{BD} = \frac{BD}{AD}, \therefore FD = \frac{BD^2}{AD} = \frac{8^2}{10} = \frac{32}{5}$ (8分)



(第23题图)



(第24题答案图)



25. (本题满分10分)

已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + 8$ 与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 左侧), C 是 y 轴正半轴上一点, C' 是点 C 关于该抛物线对称轴的对称点.

(1) 求点 B 、 C 的坐标;

(2) 设点 C' 与点 C 关于该抛物线的对称轴对称. 在 y 轴上是否存在点 P , 使 $\triangle PCC'$ 与 $\triangle POB$ 相似, 且 PC 与 PO 是对应边? 若存在, 求点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

解: (1) 令 $y = 0$, 则 $-x^2 + 2x + 8 = 0$,

$$\therefore x_1 = -2, x_2 = 4.$$

$$\therefore B(4, 0).$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 则 } y = 8. \therefore C(0, 8).$$

(2) 存在. 由已知得, 该抛物线的对称轴为直线 $x = 1$.

$\therefore$ 点 C' 与点 C 关于直线 $x = 1$ 对称, $\therefore C'(2, 8), CC' = 2$.

$\therefore CC' \parallel OB$.

$\therefore$ 点 P 在 y 轴上,

$$\therefore \angle PCC' = \angle POB = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{当 } \frac{PC}{PO} = \frac{CC'}{OB} \text{ 时, } \triangle PCC' \sim \triangle POB.$$

设 $P(0, y)$,

$$\text{i) 当 } y > 8 \text{ 时, 则 } \frac{y-8}{y} = \frac{2}{4}, \therefore y = 16.$$

$$\therefore P(0, 16).$$

$$\text{ii) 当 } 0 < y < 8 \text{ 时, 则 } \frac{8-y}{y} = \frac{2}{4}, \therefore y = \frac{16}{3}.$$

$$\therefore P(0, \frac{16}{3}).$$

iii) 当 $y < 0$ 时, 则 $CP > OP$, 与 $\frac{PC}{PO} = \frac{1}{2}$ 矛盾. $\therefore$ 点 P 不存在.

$$\therefore P(0, 16) \text{ 或 } P(0, \frac{16}{3}).$$

26. (本题满分10分)

问题提出

(1) 如图1, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $AB = 8$, $AD = 6$, E 是 AD 的中点, 点 F 在 DC 上且 $DF = 5$. 求四边形 $ABFE$ 的面积. (结果保留根号)

问题解决

(2) 某市进行河滩治理, 优化美化人居环境. 如图2所示, 现规划在河畔的一处滩地上建一个五边形河畔公园 $ABCDE$. 按设计要求, 要在五边形河畔公园 $ABCDE$ 内挖一个四边形人工湖 $OPMN$, 使点 O 、 P 、 M 、 N 分别在边 BC 、 CD 、 AE 、 AB 上, 且满足 $BO = 2AN = 2CP$, $AM = OC$. 已知五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$, $AB = 800$ m, $BC = 1200$ m, $CD = 600$ m, $AE = 900$ m. 满足人工湖周边各功能场所及绿化用地需要, 想让人工湖面积尽可能小. 请问, 是否存在符合设

要求的面积最小的四边形人工湖 $OPMN$? 若存在, 求四边形 $OPMN$ 面积的最小值及这时点 N 到点 A 的距离; 若不存在, 请说明理由.

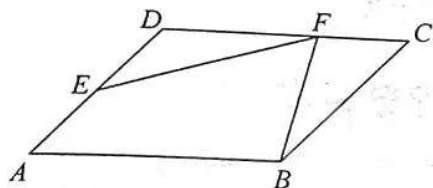


图1

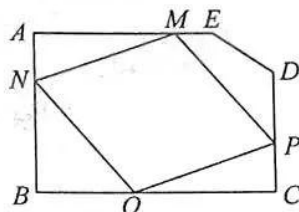


图2

(第26题图)

解: (1) 在 $\square ABCD$ 中, 设 AB 边上的高为 h .

$$\because AD=6, \angle A=45^\circ, \therefore h=AD\sin 45^\circ=3\sqrt{2}. \quad (1 \text{ 分})$$

$$\because EA=ED, \therefore \text{点 } E \text{ 到 } DC \text{ 的距离为 } \frac{h}{2}.$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}ABFE} &= S_{\square ABCD} - (S_{\triangle DEF} + S_{\triangle BCF}) \\ &= AB \cdot h - \left(\frac{1}{2} \cdot DF \cdot \frac{h}{2} + \frac{1}{2} \cdot FC \cdot h \right) \\ &= 24\sqrt{2} - \left(\frac{15\sqrt{2}}{4} + \frac{9\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{63\sqrt{2}}{4}. \quad (3 \text{ 分}) \end{aligned}$$

(2) 存在. 如图, 分别延长 AE 与 CD , 交于点 F ,

则四边形 $ABCF$ 是矩形.

设 $AN=x$, 则

$$PC=x, BO=2x, BN=800-x,$$

$$AM=OC=1200-2x.$$

由题意, 易知 $MF=BO$, $PF=BN$. (5分)

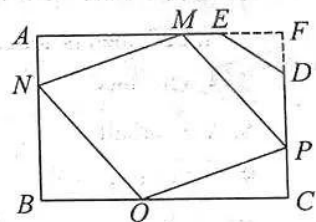
$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}OPMN} &= S_{\text{矩形}ABCF} - S_{\triangle ANM} - S_{\triangle BON} - S_{\triangle CPO} - S_{\triangle FMP} \\ &= 800 \times 1200 - \frac{1}{2} \cdot x(1200-2x) - \frac{1}{2} \cdot 2x(800-x) \\ &\quad - \frac{1}{2} \cdot x(1200-2x) - \frac{1}{2} \cdot 2x(800-x) \\ &= 4x^2 - 2800x + 960000 \\ &= 4(x-350)^2 + 470000. \quad (8 \text{ 分}) \end{aligned}$$

$\therefore$ 当 $x=350$ 时, $S_{\text{四边形}OPMN}=470000$.

$$AM=1200-2x=500 < 900, CP=350 < 600.$$

$\therefore$ 符合设计要求的四边形 $OPMN$ 面积的最小值为 470000 m^2 ,

这时, 点 N 到点 A 的距离为 350 m . (10分)



(第26题答案图)

B 卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	B	D	A	C	D

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线