2023届贵州省六校联盟高考实用性联考卷（四）
理科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	A	B	A	D	D	B	D	B	C

【解析】

1．$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$，$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，$\complement_U(A\cup B)=\{4,\ 6\}$，故选B.

2．$z=(2+\mathrm{i})(1+3\mathrm{i})=-1+7\mathrm{i}$，$\overline{z}=-1-7\mathrm{i}$，故选C.

3．从随机数表第一行第7列和第8列数字开始往右依次选：36，47，46，24，选出的第3个同学的编号为46，故选D.

4．小于3.14的不同数字的个数有两类：第一类：3.11有$\mathrm{A}_5^5=120$种，第二类：3.12有$\mathrm{A}_5^5=120$种，共240种，故选A.

5．对于A，l与n可能平行，也可能异面，A错误；对于B，若$l\perp\alpha$，$l/\!/\beta$，必有$\alpha\perp\beta$，B正确；对于C，l与m可以平行，也可以相交或异面；对于D，l与β可能平行，也可能相交，故选B.

6．$\because\theta\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$，$\theta-\frac{\pi}{4}\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\therefore\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{4}{5}$，$\therefore\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}$，

$$\tan\theta=\tan\left[\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{4}\right]=\frac{\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\frac{4}{3}+1}{1-\frac{4}{3}}=-7$$，故选A.

7．$\begin{cases}S_3=a_1+a_2+a_3=a_1(1+q+q^2)=14,\\a_4-a_1=a_1(q^3-1)=a_1(1+q+q^2)(q-1)=14,\end{cases}$ 解得$q=2$，$a_1=2$，则$a_5=a_1q^4=32$，故选D.

8．记“选派3名男医生和2名女医生，有一名主任医生被选派”为事件A，

$P(A)=\frac{\mathrm{C}_3^2\mathrm{C}_4^2+\mathrm{C}_3^3\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_2^2\mathrm{C}_3^2\mathrm{C}_4^1}{\mathrm{C}_4^3\mathrm{C}_5^2}=\frac{34}{40}$，记“选派3名男医生和2名女医生，两名主任医师都

被选派”为事件 B，$P(AB)=\dfrac{C_3^2C_4^1}{C_4^3C_5^2}=\dfrac{3}{10}$，$P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{6}{17}$，故选 D.

9．$b=\dfrac{a}{\sin A}\bullet\sin B=2\sin B$，若三角形有两解，则 $\sin B_1=\sin B_2$，$B_1\neq B_2$，$B_1+B_2=\pi$，不妨设 $B_1>\dfrac{\pi}{2}$，$B_1=\pi-A-C=\dfrac{2\pi}{3}-C<\dfrac{2\pi}{3}$，所以 $B_1\in\left(\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{2\pi}{3}\right)$，$b\in(\sqrt{3},\ 2)$，故选 B.

10．设 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，由已知有，$\dfrac{x_1^2}{a^2}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1$，$\dfrac{x_2^2}{a^2}+\dfrac{y_2^2}{b^2}=1$，由点差法得，$\dfrac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}=\dfrac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}=-\dfrac{1}{3}=-\dfrac{b^2}{a^2}$，所以 $a^2=3b^2$，$c=4$，$a^2=b^2+c^2=3b^2$，解得 $b^2=8$，$a^2=24$，则 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{8}=1$，故选 D.

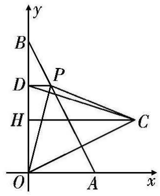

图 1

11．如图 1，$x+\sqrt{x^2+y^2}$ 可视为线段 $2x+y=2$ 上的点 $P(x,\ y)$ 到 y 轴的距离和点 $(0,\ 0)$ 关于直线 $2x+y=2$ 的对称点 $\left(\dfrac{8}{5},\ \dfrac{4}{5}\right)$，故选 B.

12．由 $f(x)+f(2-x)=2$ 得 $f(x)$ 的图象关于 $(1,1)$ 中心对称，由 $y=g(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称得 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，易推出函数 $y=f(x)$ 的周期为 4，由 $g(4)=0$ 得 $f(2)=2$，由函数 $f(x)$ 的性质得 $f(3)=1$，所以 $f(2022)+f(2023)=f(2)+f(3)=3$，故选 C.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	-1	1	4π	$\sqrt{10}$

【解析】

13．由 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ 得 $\begin{cases}\lambda+\mu=-1,\\ \mu=2,\end{cases}$ 所以 $\lambda=-3$，$\therefore\lambda+\mu=-1$.

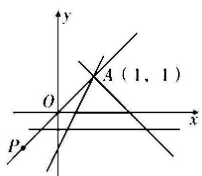

图 2

14．令点 $P(-1,\ -1)$，$Q(x,\ y)$，则 $z=k_{PQ}$，且点 Q 在可行域内（如图 2 所示），所以 $z=k_{PQ}\leqslant k_{PA}=1$，即 z 是最大值为 1.

15．圆柱底面圆的半径为r，因为椭圆截面与底面的夹角为$45°$，若椭圆的长轴长为$4\sqrt{2}$，$2r=4\sqrt{2}\sin 45°=4$，即$r=2$，正弦型函数的最小正周期T为圆柱的侧面展开图的底边边长，即圆柱的底面圆的周长，所以$T=4\pi$.

16．由题意知：$A(-a,0)$, $B(a,0)$，设$P(x_0,y_0)$，则$Q(x_0,-y_0)$，且$\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1$，所以

$k_1k_2=\frac{y_0}{x_0+a}\cdot\frac{y_0}{a-x_0}=\frac{y_0^2}{a^2-x_0^2}=-\frac{b^2}{a^2}$，令$M=\frac{b}{a}+\frac{5a}{b}-\frac{3}{2k_1k_2}-\frac{1}{4}(\ln k_1^2+\ln k_2^2)=$

$\frac{b}{a}+\frac{5a}{b}+\frac{3a^2}{2b^2}-\ln\frac{b}{a}$，令$t=\frac{b}{a}>0$，则$M(t)=t+\frac{5}{t}+\frac{3}{2t^2}-\ln t\ (t>0)$，$M'(t)=\frac{(t+1)^2(t-3)}{t^3}$，

$M(t)$在$(0,3)$上为减函数，在$(3,+\infty)$上为增函数，所以当$t=3$时，M最小，此时$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{10}$.

三、**解答题**（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分12分）

解：（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，等比数列$\{b_n\}$的公比为q，

$a_1=1$，$a_3=5$，所以$a_1+a_3=2a_2=6$, $\therefore a_2=3$, $d=2$，……………………（1分）

a_2既是a_1+b_1和b_3-a_3的等差中项，又是其等比中项，

即$\begin{cases}2a_2=(a_1+b_1)+(b_3-a_3),\\ a_2^2=(a_1+b_1)\cdot(b_3-a_3)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}10=b_1+b_3,\\ 9=(1+b_1)\cdot(b_3-5),\end{cases}\therefore\begin{cases}b_3=8,\\ b_1=2,\end{cases}$即$q=2$，

……………………………………………………（3分）

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=1+2(n-1)=2n-1$，

$b_n=b_1\cdot q^{n-1}=2\cdot 2^{n-1}=2^n$. ……………………………………（5分）

（2）$\because c_n=\frac{1}{b_n+1}=\frac{1}{2^n+1}<\frac{1}{2^n}$，……………………………………（7分）

$c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n<\frac{\frac{1}{2}\cdot\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$，……………………（11分）

因为$1-\left(\frac{1}{2}\right)^n<1$，故$c_1+c_2+\cdots+c_n<1$. ……………………………（12分）

18．（本小题满分 12 分）

解：（1）甲队进入决赛的概率为$\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$，

乙队进入决赛的概率为$\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$，

丙队进入决赛的概率为$\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{9}$，……………………………………………………………（4 分）

显然乙队进入决赛的概率最大，所以乙进入决赛的可能性最大．

……………………………………………………………………………………………（5 分）

（2）由题意可知：甲、乙、丙三队进入决赛的概率分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{5}{9}$，

ξ 的可能取值为 0，1，2，3，

$P(\xi=0)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{3}{5}\right)\left(1-\frac{5}{9}\right)=\frac{4}{45}$，

$P(\xi=2)=\frac{37}{90}$，$P(\xi=3)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{9}=\frac{1}{6}$，

$P(\xi=1)=1-P(\xi=0)-P(\xi=2)-P(\xi=3)=1-\frac{4}{45}-\frac{37}{90}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$，

所以 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{4}{45}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{37}{90}$	$\frac{1}{6}$

……………………………………………………………………………………………（12 分）

19．（本小题满分 12 分）

（1）证明：如图 3，作 DD_1 中点 H，连接 AH，HF，

因为 $ABFH$ 是平行四边形，……………………………………（1 分）

所以 $BF /\!/ AH$，

在 $\triangle AHD$ 中，EG 为中位线，故 $EG /\!/ AH$，………………（3 分）

所以 $EG /\!/ BF$，故 B，E，G，F 四点共面．

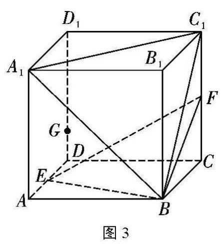

图 3

……………………………………………………………………………………………（5 分）

（2）解：分别以 DA，DC，DD_1 为 x，y，z 轴，

则 $B(2,\ 2,\ 0)$，$E(1,\ 0,\ 0)$，$F(0,\ 2,\ 1)$，$A_1(2,\ 0,\ 2)$，$C_1(0,\ 2,\ 2)$，

设平面 BEF 与平面 BA_1C_1 的法向量分别为 $\vec{m}=(x,\ y,\ z)$，$\vec{n}=(x_1,\ y_1,\ z_1)$，

$\overrightarrow{BE}=(-1,\ -2,\ 0)$，$\overrightarrow{BF}=(-2,\ 0,\ 1)$，……………………………………（7 分）

由 $\begin{cases}\overrightarrow{BE}\cdot\vec{m}=0,\\ \overrightarrow{BF}\cdot\vec{m}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-x-2y=0,\\ -2x+z=0,\end{cases}$ 取 $y=-1$ 得，$\vec{m}=(2,\ -1,\ 4)$，

……………………………………………………………………………（9 分）

同理可得 $\vec{n}=(1,\ 1,\ 1)$，$\cos\langle\vec{m},\ \vec{n}\rangle=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\dfrac{5\sqrt{7}}{21}$，………………………………（11 分）

所以平面 BEF 与平面 BA_1C_1 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{5\sqrt{7}}{21}$.

……………………………………………………………………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）设 $M\ (x,\ y)$，由题意有 $\dfrac{\sqrt{x^2+(y-1)^2}}{|y-4|}=\dfrac{1}{2}$，

化简得 $4x^2+3y^2=12$，即 $\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}=1$．……………………………………（5 分）

（2）1)当其中一条直线的斜率不存在时，易得 $S=\dfrac{1}{2}\times3\times4=6$．

……………………………………………………………………………（6 分）

2)当 l_1，l_2 直线的斜率存在且不为 0 时，设直线 l_1 的斜率为 k，则直线 l_1 的方程为 $y=kx+1$，

$\begin{cases}y=kx+1,\\ \dfrac{y^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}=1,\end{cases}$ 化简整理得 $(3k^2+4)x^2+6kx-9=0$，

设 $A(x_1,\ y_1)$，$C(x_2,\ y_2)$，则 $x_1+x_2=-\dfrac{6k}{3k^2+4}$，$x_1\cdot x_2=-\dfrac{9}{3k^2+4}$，

……………………………………………………………………………（8 分）

$|AC|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\sqrt{\dfrac{144(k^2+1)}{(3k^2+4)^2}}=\dfrac{12(1+k^2)}{3k^2+4}$，

$\because l_1 \perp l_2$，$\therefore$直线l_2的斜率为$-\dfrac{1}{k}$，同理$|BD|=\dfrac{12(1+k^2)}{4k^2+3}$，

$S=\dfrac{1}{2}|AC|\bullet|BD|=\dfrac{72(1+k^2)^2}{(3k^2+4)(4k^2+3)}$，

令$k^2+1=t(t\geqslant 1)$，……………………………………………………………（10 分）

$$S=\frac{72t^2}{(3t+1)(4t-1)}=\frac{72t^2}{12t^2+t-1}=\frac{72}{12+\frac{1}{t}-\frac{1}{t^2}}$$

$$=\frac{72}{-\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{49}{4}}\geqslant\frac{288}{49},$$

当$\dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{2}$即$k=\pm 1$时，等号成立，

则四边形$ABCD$面积S的最小值为$\dfrac{288}{49}$．……………………………………（12 分）

21．（本小题满分 12 分）

（1）解：$f'(x)=2e^{2x}-a$，$f(0)=3$，即切点为$(0，3)$，

该点处的斜率$k=f'(0)=2-a$．

则$2-a=0$，故$a=2$．……………………………………………………………（5 分）

（2）证明：由（1）知$f(x)=e^{2x}-2x+2$.

则$f(m)=g(n)$等价于$e^{2m}-2m+2=n-3\ln\dfrac{n}{3}$，

故$e^{2m}-2m+2=2\left(\dfrac{n}{3}-\ln\dfrac{n}{3}\right)+\dfrac{n}{3}-\ln\dfrac{n}{3}$（易证$x-\ln x\geqslant 1$），

……………………………………………………………………………………（7 分）

所以$e^{2m}-2m+2\geqslant 2+\dfrac{n}{3}-\ln\dfrac{n}{3}$，即$e^{2m}-2m\geqslant e^{\ln\frac{n}{3}}-\ln\dfrac{n}{3}$.

……………………………………………………………………………………（9 分）

令$h(x)=e^x-x$，则$h'(x)=e^x-1$，

当$x\in(0，+\infty)$，$h'(x)>0$，则$h(x)=e^x-x$在$(0，+\infty)$上为增函数.

因为$n\geqslant 3$，所以$\ln\dfrac{n}{3}\geqslant 0$，

由于$h(2m)\geqslant h\left(\ln\frac{n}{3}\right)$，则$2m\geqslant \ln\frac{n}{3}$，即$n\leqslant 3e^{2m}$.

……………………………………………………………………………………（12 分）

22.（本小题满分 10 分）【选修 4−4：坐标系与参数方程】

解：（1）由曲线C_1的参数方程消去参数α后得，C_1的普通方程为$(x-t)^2+y^2=4$，

由曲线C_1过原点且$t<0$得$t=-2$；

故C_1的普通方程为$(x+2)^2+y^2=4$，

把$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，代入得C_1的极坐标方程为$\rho=-4\cos\theta$.

……………………………………………………………………………………（5 分）

（2）由题意，在极坐标系中，$A(2,\ \pi)$，∵点B在曲线C_2上，设$B(2-2\cos\theta,\ \theta)$.

在$\triangle AOB$中，由余弦定理有$AB^2=OA^2+OB^2-2OA\cdot OB\cdot\cos\angle AOB$，

即$5=4+(2-2\cos\theta)^2+2\times2(2-2\cos\theta)\cos\theta$，

化简得$4\cos^2\theta=3$，$\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故$|OB|=2-2\cos\theta=2-\sqrt{3}$或$|OB|=2-2\cos\theta=2+\sqrt{3}$.

……………………………………………………………………………………（10 分）

23.（本小题满分 10 分）【选修 4−5：不等式选讲】

解：（1）∵$f(x)=\begin{cases}-2x-\frac{2}{3},\ x<-1,\\ \frac{4}{3},\ -1\leqslant x<\frac{1}{3},\\ 2x+\frac{2}{3},\ x\geqslant\frac{1}{3},\end{cases}$

解不等式$f(x)<2$.

即$\begin{cases}-2x-\frac{2}{3}<2,\\ x<-1\end{cases}$ 或$\begin{cases}\frac{4}{3}<2,\\ -1\leqslant x<\frac{1}{3}\end{cases}$ 或$\begin{cases}2x+\frac{2}{3}<2,\\ x\geqslant\frac{1}{3},\end{cases}$

解得x的解集为$\left\{x\middle|-\frac{4}{3}<x<\frac{2}{3}\right\}$.

……………………………………………………………………………………（5 分）

（2）对任意的 $x_1\in\mathbf{R}$，存在 $x_2\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_1)-g(x_2)=0$ 成立，

等价于对任意的 $x_1\in\mathbf{R}$，存在 $x_2\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 成立，

即 $f(x)$ 的值域是 $g(x)$ 的值域的子集，

$f(x)=\left|x-\frac{1}{3}\right|+|x+1|\geqslant\left|x-\frac{1}{3}-x-1\right|=\frac{4}{3}$，

当且仅当 $\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+1)\leqslant 0$，$-1\leqslant x\leqslant\frac{1}{3}$ 时，取等号，

所以 $f(x)$ 的值域为 $\left[\frac{4}{3},+\infty\right)$，因为 $g(x)=\left|3x-\frac{a}{2}\right|+2a$，

所以 $g(x)$ 的值域为 $[2a,+\infty)$，所以 $2a\leqslant\frac{4}{3}$，解得 $a\leqslant\frac{2}{3}$．

所以 a 的取值范围是 $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right]$．……………………………………………………（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。