临沂市2022级普通高中学科素养水平监测试卷

数　学

2023.7

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设$(a+i)i=b+3i(a,b\in\mathbf{R})$，则

A.$a=3,b=1$　　B.$a=-3,b=1$　　C.$a=3,b=-1$　　D.$a=-3,b=-1$

2.某校在运动会期间组织了20名啦啦队队员，她们的身高（单位：cm）数据按从小到大排序如下：

162	162	163	165	165	165	165	167	167	167
168	168	170	170	171	173	175	175	178	178

则这20名队员身高的第75百分位数为

A.171　　B.172　　C.173　　D.174

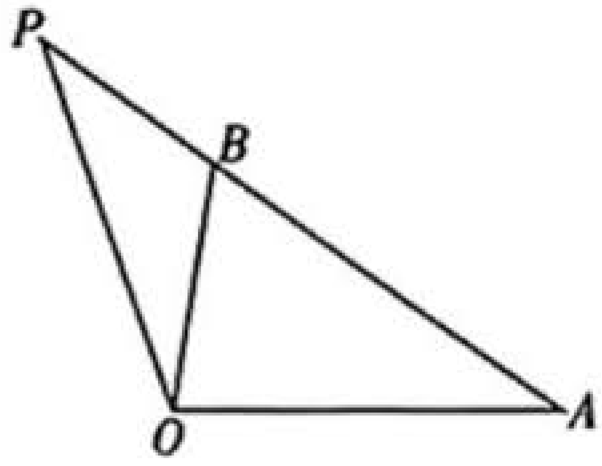
3.记$\triangle ABC$内角A,B,C所对的边分别是a,b,c，已知$a=\sqrt{3}$，$b=2$，$A=\frac{\pi}{4}$，则$\sin B=$

A.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B.$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C.$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D.$-\frac{\sqrt{6}}{3}$

4.已知$z=\frac{4i}{1-i}$，则$|z|=$

A.1　　B.$\sqrt{2}$　　C.2　　D.$2\sqrt{2}$

5.如图，已知$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BP}$，则$\overrightarrow{OP}=$



A.$\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}-\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$　　B.$-\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$

C.$\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$　　D.$-\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}-\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$

6.已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$，且 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向的投影向量是 $\frac{1}{6}\boldsymbol{a}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{5\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

7.图 1 是边长为 1 的正六边形 $ABCDEF$，将其沿直线 FC 折叠成如图 2 的空间图形 $A'E'F'-B'D'C'$，若 $A'E'=\frac{3}{2}$，则几何体 $A'E'F'-B'D'C'$ 的体积为

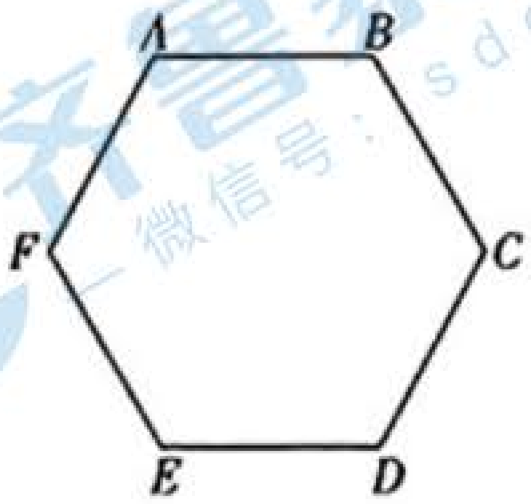


图1

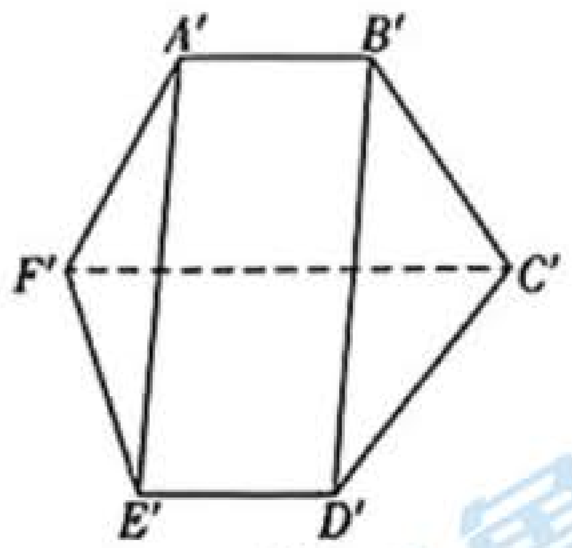


图2

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$　　B. $\frac{5\sqrt{3}}{16}$　　C. $\frac{3\sqrt{3}}{16}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

8.一个袋中有 6 个大小和质地相同的球，其中红球 4 个，黑球 2 个，现从中不放回地依次随机摸取 2 次，每次摸出 1 个球，则第二次摸出的球是红球的概率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{5}{9}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{1}{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9.已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则下列说法正确的是

A.若 $\alpha/\!/\beta,m/\!/\alpha,n\perp\beta$，则 $m\perp n$　　B.若 $\alpha/\!/\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则 $m/\!/n$

C.若 $m\perp\alpha,n/\!/\beta,m/\!/n$，则 $\alpha\perp\beta$　　D.若 $\alpha\perp\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则 $m\perp n$

10.若数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 的平均数为 2，方差为 3，则

A.数据 $3x_1+4,3x_2+4,\cdots,3x_{10}+4$ 的平均数为 20　　B. $\sum_{i=1}^{10}x_i=20$

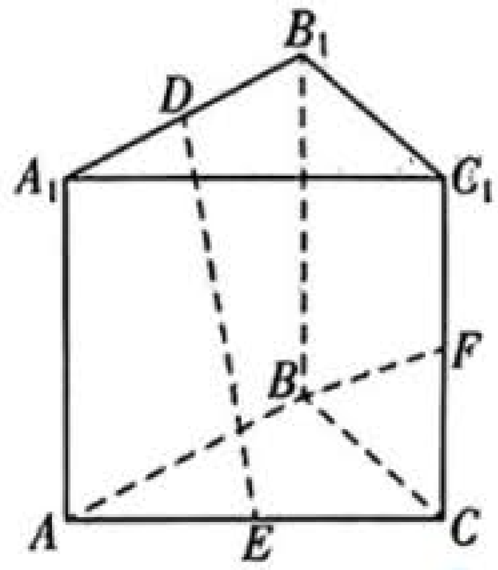
C.数据 $3x_1+4,3x_2+4,\cdots,3x_{10}+4$ 的标准差为 $3\sqrt{3}$　　D. $\sum_{i=1}^{10}x_i^2=70$

11.已知 $\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$，$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{6}$，则

A. $\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}$　　B. $\cos(2\alpha-2\beta)=\frac{7}{9}$

C. $\sin(\alpha+\beta)=\frac{5}{6}$　　D. $\cos(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{9}$

12.在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AB=BC=AA_1=2$,$\angle ABC=90°$,E,F 分别为棱 AC 和 CC_1 的中点,D 为棱 A_1B_1 上的动点,则



A.$BF\perp DE$

B.该三棱柱的体积为 4

C.过 A_1,B_1,E 三点截该三棱柱的截面面积为$\sqrt{5}$

D.直线 DE 与平面 ABB_1A_1 所成角的正切值的最大值为$\dfrac{1}{2}$

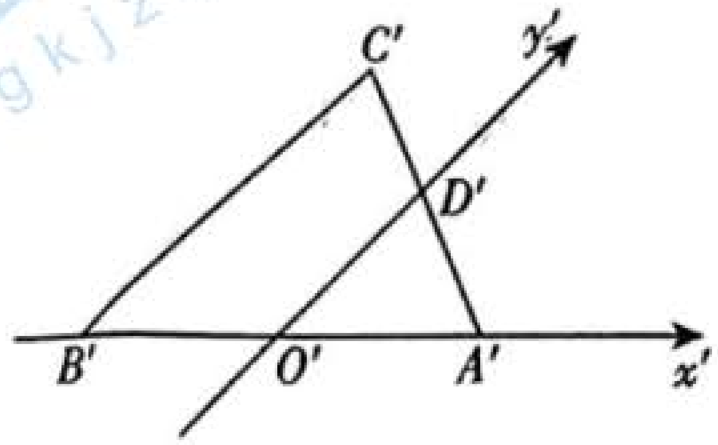
三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.某医院老年医生、中年医生和青年医生的人数分别为 72,120,160,为了解该医院医生的出诊情况,按年龄采用比例分配的分层随机抽样方法抽取样本,已知抽取青年医生的人数为 40,则抽取老年医生的人数为________

14.已知某圆锥的高为 8,体积为 96π,则该圆锥的侧面积为________

15.在$\triangle ABC$ 中,已知 $\tan A$,$\tan B$ 是 x 的方程 $x^2+m(\sqrt{3}x+1)+1=0$ 的两个实根,则$\angle C=$________

16.三棱锥 $P-ABC$ 中,$PB\perp$底面 ABC,$PB=4$,底面 ABC 的斜二测直观图为$\triangle A'B'C'$,如图,$A'D'=D'C'$,$A'O'=O'B'=O'D'=1$,则该三棱锥外接球的体积 $V=$________



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,设与 x 轴、y 轴方向相同的两个单位向量分别为 $\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{j}$,$\overrightarrow{OA}=-2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$,$\overrightarrow{OB}=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$.

(1)若$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$夹角为 θ,求 $\cos\theta$;

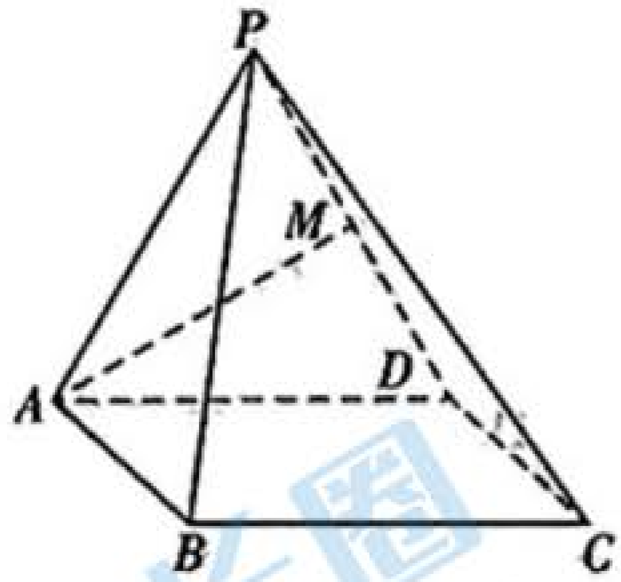
(2)若点 P 是线段 AB 的中点,且$\overrightarrow{OP}$与$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{OB}$垂直,求实数 k 的值.

18.(12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形,$PA=PD=5$,侧面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$,$AM\perp PD$.

(1)求证:$AM\perp$ 平面 PCD;

(2)求侧面 PBC 与底面 $ABCD$ 所成二面角的正切值.

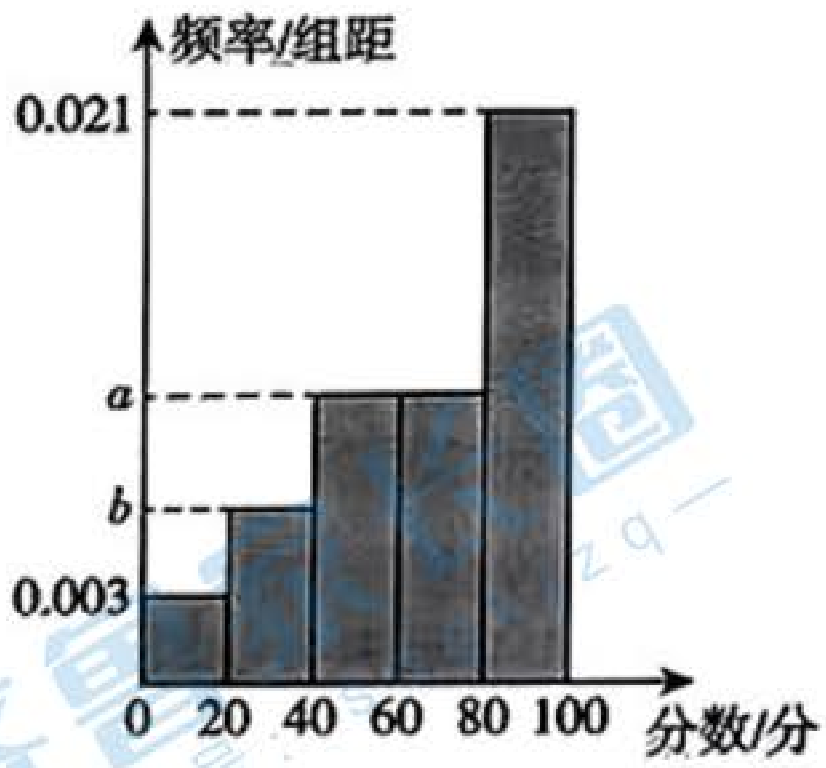


19.(12分)

某市文旅局为激发夜间文旅市场的活力,共设置夜市摊点 500 个.为调查这些夜市摊点的服务情况,该文旅局随机抽取了 100 个夜市摊点进行评分,评分越高,服务越好,满分为 100 分.将分数以 20 为组距分为 5 组:$[0,20)$、$[20,40)$、$[40,60)$、$[60,80)$、$[80,100]$,得到 100 个夜市摊点得分的频率分布直方图,如图,已知 $[40,60)$ 组的频数比 $[20,40)$ 组多 8.

(1)求直方图中 a 和 b 的值;

(2)为进一步提升夜市经济消费品质,提高服务质量,该文旅局准备对剩下的所有夜市摊点进行评分,并制定一个评分分数,给达到这个分数的摊位颁发“服务优秀”荣誉证书.若该文旅局希望使得恰有 50% 的摊位获得荣誉证书,求应该制定的评分分数.



20.(12分)

已知函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})+\sin(x-\frac{\pi}{6})+\cos x+a$ 的最大值为 1.

(1)求 a 的值;

(2)将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位,再把图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$(纵坐标不变),得到函数 $g(x)$ 的图象,求使 $g(x)\geq 0$ 成立的 x 的取值集合.

21.(12 分)

某中学举办诗词大会选拔赛,需要从甲、乙两位选手中选出一位代表学校参加全国诗词大会,甲、乙两位选手需要分别从 3 道选择题、2 道填空题中随机抽取 2 道题作答.已知甲每道题答对的概率为$\frac{1}{2}$,乙每道题答对的概率为$\frac{1}{3}$,且甲、乙答对与否互不影响,各题的结果也互不影响.

(1)求甲恰好抽到 2 道选择题的概率;

(2)求甲答对的题目比乙多的概率.

22.(12 分)

沂河岸边欲修建一个形状为平面凸四边形 $ABCD$ 的休闲观光、生态保护的主题公园,如图,其中 $DC=2\text{km}$,$DA=1\text{km}$,$\triangle ABC$ 为正三角形.建成后 $\triangle BCD$ 将作为人们旅游观光、休闲娱乐的区域,$\triangle ABD$ 将作为生态保护的功能区域.

(1)当 $\angle ADC=\frac{\pi}{3}$ 时,求 $\triangle BCD$ 的面积;

(2)求 $\triangle BCD$ 面积的最大值.