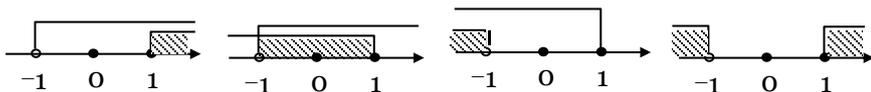


2019 年全国高中数学联赛模拟试题（八）

一、选择题（每题 3 分，共 27 分）

1. 把不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0, \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上，如下图，正确的是（ ）



2. 2009 年初甲型 H1N1 流感在墨西哥爆发并在全球蔓延，研究表明，甲型 H1N1 流感球形病毒细胞的直径约为 0.00000156 m，用科学记数法表示这个数是（ ）

- A. 0.156×10^{-5} m B. 0.156×10^5 m C. 1.56×10^{-6} m D. 1.56×10^6 m

3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(\frac{1}{2})^{-1} = -2$ C. $\sqrt{16} = \pm 4$ D. $|-6| = 6$

4. 解方程组 $\begin{cases} 2x+3y=7 & \text{①} \\ x+3y=9 & \text{②} \end{cases}$ ，①-②得（ ）

- A. $3x=2$ B. $3x=-2$ C. $x=2$ D. $x=-2$

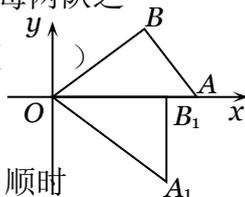
5. 下列说法不正确的是（ ）

- A. 一组邻边相等的矩形是正方形 B. 对角线相等的菱形是正方形
C. 对角线互相垂直的矩形是正方形 D. 有一个角是直角的平行四边形是正方形

6. 庆“五一”，市工会组织篮球比赛，赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场），共进行了 45 场比赛。这次参赛队数目为（ ）

- A. 12 B. 11 C. 9 D. 10

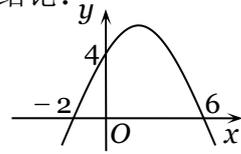
7. 如图，平面直角坐标系中， $\angle ABO=90^\circ$ ，将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转，使点 B 落在点 B_1 处，点 A 落在点 A_1 处。若 B 点的坐标为 $(\frac{16}{5}, \frac{12}{5})$ ，则点 A_1 的坐标为（ ）



- A. (3, -4) B. (4, -3) C. (5, -3) D. (3, -5)

8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论:

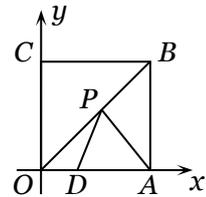
- ① a 、 b 异号; ② 当 $x=1$ 和 $x=3$ 时, 函数值相等;
③ $4a + b = 0$; ④ 当 $y=4$ 时, x 的取值只能为 0.



其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 如图, 正方形 $OABC$ 的边长为 6, 点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 点 $D(2, 0)$ 在 OA 上, P 是 OB 上一动点, 则 $PA + PD$ 的最小值为 ()



- A. $2\sqrt{10}$ B. $\sqrt{10}$ C. 4 D. 6

二、填空题 (本大题有 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

10. 四次测试小丽每分钟做仰卧起坐的次数分别为: 50、45、48、47, 这组数据的中位数为_____.

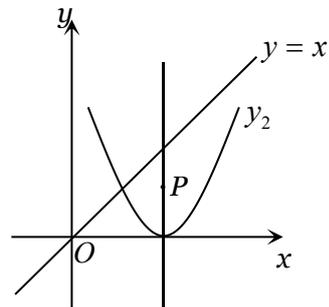
11. 分解因式: $x^2 - 9 =$ _____.

12. 已知 $x=2$ 是一元二次方程 $(m-2)x^2 + 4x - m^2 = 0$ 的一个根, 则 m 的值是_____.

13. 若 $(x-1)^2 = 2$, 则代数式 $x^2 - 2x + 5$ 的值为_____.

14. (1) 将抛物线 $y_1 = 2x^2$ 向右平移 2 个单位, 得到抛物线 y_2 的图象, 则 $y_2 =$ _____;

(2) 如图, P 是抛物线 y_2 对称轴上的一个动点, 直线 $x=t$ 平行于 y 轴, 分别与直线 $y=x$ 、抛物线 y_2 交于点 A 、 B . 若 $\triangle ABP$ 是以点 A 或点 B 为直角顶点的等腰直角三角形, 求满足条件的 t 的值, 则 $t =$ _____.



三、解答题 (本大题共 4 个小题, 满分 28 分)

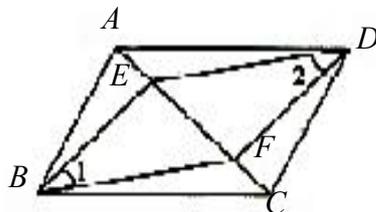
15. (1) 解不等式: $3x - 2 \geq 2x + 1$

(2) 解分式方程: $\frac{2x^2+1}{x+2} = 2x$

17. (9分) 如图, E 、 F 是 $\square ABCD$ 对角线 AC 上的两点, 且 $BE \parallel DF$.

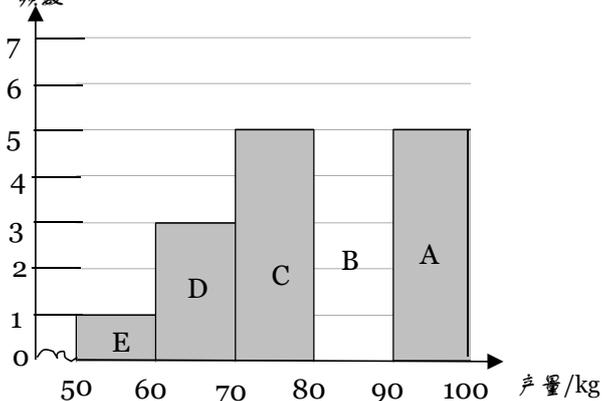
求证: (1) $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) $\angle 1 = \angle 2$.

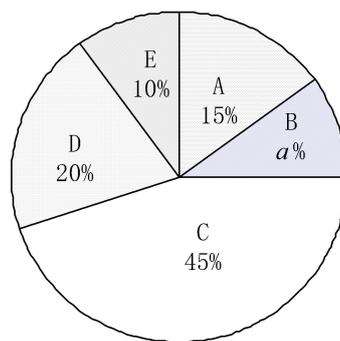


16. 果农老张进行杨梅科学管理试验. 把一片杨梅林分成甲、乙两部分, 甲地块用新技术管理, 乙地块用老方法管理, 管理成本相同. 在甲、乙两地块上各随机选取 20 棵杨梅树, 根据每棵树产量把杨梅树划分成 A, B, C, D, E 五个等级(甲、乙的等级划分标准相同, 每组数据包括左端点不包括右端点). 画出统计图如下:

甲地块杨梅等级频数分布直方图



乙地块杨梅等级分布扇形统计图



(第 21 题)

- (1) 补齐直方图, 求 a 的值及相应扇形的圆心角度数;
- (2) 选择合适的统计量, 比较甲乙两地块的产量水平, 并说明试验结果;
- (3) 若在甲地块随机抽查 1 棵杨梅树, 求该杨梅树产量等级是 B 的概率.

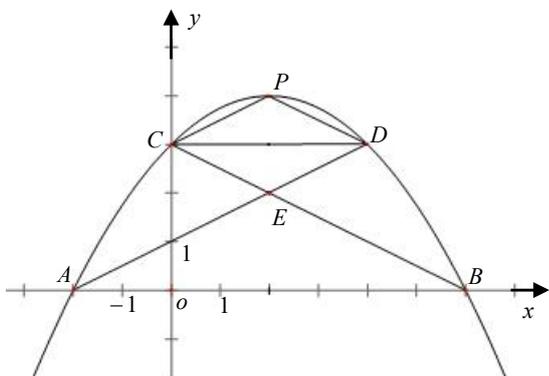
17. (8分) 解不等式组 $\begin{cases} -3(x-2) \geq 4-x, \\ \frac{2x-5}{3} < x-1, \end{cases}$ 并写出该不等式组的整数解.

18. 如图 9, 在平面直角坐标系中, 已知 A 、 B 、 C 三点的坐标分别为 $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$, $C(0, 3)$.

(1) 求经过 A 、 B 、 C 三点的抛物线的解析式;

(2) 过 C 点作 CD 平行于 x 轴交抛物线于点 D , 写出 D 点的坐标, 并求 AD 、 BC 的交点 E 的坐标;

(3) 若抛物线的顶点为 P , 连结 PC 、 PD , 判断四边形 $CEDP$ 的形状, 并说明理由.



自主招生在线创始于 2014 年, 是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台, 旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵, 关注用户超百万, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生, 引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主招生在线官方微信号:

zizzsw。



微信扫一扫, 快速关注