

# 云南省 2023~2024 学年高三年级开学考 数学试卷

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一合  
题目要求的。

1.  $i(2-3i) =$   
A.  $3+2i$                       B.  $-3+2i$                       C.  $3-2i$                       D.  $2+3i$
2. 已知集合  $M = \{x | 2x-1 > 3\}$ ,  $N = \{x | 1 < x-3 < 10\}$ , 则  $M \cap N =$   
A.  $(2, 5)$                       B.  $(2, 7)$                       C.  $(-2, 5)$                       D.  $(-2, +\infty)$
3. 已知向量  $a = (x-5, 7)$ ,  $b = (x, -2)$ , 则“ $x=7$ ”是“ $a \perp b$ ”的  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件
4. 已知直线  $l: y=x+1$  与抛物线  $C: y^2=2px (p>0)$  相切于点  $E$ ,  $F$  是  $C$  的焦点, 则  $|EF|$   
A. 6                      B. 4                      C. 3                      D. 2
5. 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $BC=CC_1=1$ ,  $AB=\sqrt{2}$ , 则异面直线  $BC_1$  与  $AB_1$  所成  
余弦值为  
A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
6. 设函数  $f(x) = \ln(-x^2+4x)$  在  $(a, a+1)$  上单调递增, 则  $a$  的取值范围为  
A.  $(0, 1)$                       B.  $[0, 2]$                       C.  $(0, 2)$                       D.  $[0, 1]$
7. 已知  $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = 4$ , 则  $\sin 2\alpha =$   
A.  $\frac{2}{17}$                       B.  $-\frac{2}{17}$                       C.  $\frac{15}{17}$                       D.  $-\frac{15}{17}$
8. 设  $a = 1.7$ ,  $b = \tan 1$ ,  $c = 2\ln 2$ , 则  
A.  $a < b < c$                       B.  $a < c < b$   
C.  $c < a < b$                       D.  $b < a < c$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 若甲组样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (数据各不相同) 的平均数为 3, 乙组样本数据  $2x_1 + a, 2x_2 + a, \dots, 2x_n + a$  的平均数为 5, 下列说法错误的是

- A.  $a$  的值不确定
- B. 乙组样本数据的方差为甲组样本数据方差的 2 倍
- C. 两组样本数据的极差可能相等
- D. 两组样本数据的中位数可能相等

10. 已知直线  $x = \frac{\pi}{12}$  是函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  ( $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 图象的一条对称轴, 则

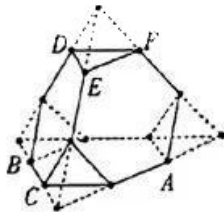
- A.  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$
- B.  $f(x)$  的图象关于点  $(\frac{5\pi}{6}, 0)$  对称
- C.  $f(x)$  在  $(0, \pi)$  上有 2 个极值点
- D.  $f(x)$  在  $(\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{12})$  上单调递减

11. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ , 且  $f(x-y) = f(-x) + f(y) - 2xy$ , 则

- A.  $f(0) = 0$
- B.  $f(2) = 4$
- C.  $y = f(x) - 2x$  是奇函数
- D.  $y = f(x) - 2x^2$  是偶函数

12. 半正多面体亦称“阿基米德体”“阿基米德多面体”, 是由边数不全相同的正多边形为面的多面体. 某半正多面体由 4 个正三角形和 4 个正六边形构成, 其可由正四面体切割而成. 在如图所示的半正多面体中, 若其棱长为 1, 则下列结论正确的是

- A. 该半正多面体的表面积为  $\frac{21\sqrt{3}}{4}$
- B. 该半正多面体的体积为  $\frac{23\sqrt{2}}{12}$
- C. 该半正多面体外接球的表面积为  $\frac{11\pi}{2}$



D. 若点  $M, N$  分别在线段  $DE, BC$  上, 则  $FM + MN + AN$  的最小值为  $\sqrt{19}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知圆  $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y + a = 0$  的半径为 3, 则  $a =$   $\blacktriangle$ .

14. 设  $\{a_n\}$  是等比数列, 且  $a_1 + a_4 = 7, a_3 + a_6 = 21$ , 则  $a_7 + a_{10} =$   $\blacktriangle$ .

15. 现将 6 本不同的书籍分发给甲、乙、丙 3 人, 每人至少分得 1 本, 已知书籍 A 分发给了甲, 则不同的分发方式种数是  $\blacktriangle$ . (用数字作答)

16. 已知直线  $l: y = kx + b$  与双曲线  $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  相切, 且  $l$  与  $C$  的两条渐近线  $l_1, l_2$  分别交于  $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$  两点, 则  $x_1 x_2 =$   $\blacktriangle$ .

即, 翻书到: 第 10 页, 第 10 题, 由 翻书到: 第 10 页, 第 10 题, 证明过程或计算步骤

已知  $\cos A = \frac{1}{2}$ ,  $\cos B = \frac{1}{2}$ , 且  
求  $a, b$  的取值范围.

18. (12 分)

$\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $c \cos A - a \cos B + c = 0$ .

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $a = 6$ , 求  $\triangle ABC$  周长的取值范围.

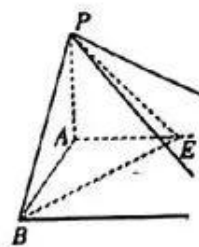
9. (12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  为矩形,  $E$  为  $AD$  的中点

$\tan \angle AEB = \sqrt{2}$ .

1) 证明:  $BE \perp PC$ .

2) 若  $\angle AEP = \frac{\pi}{4}$ , 求二面角  $A-PE-B$  的余弦值.



居民参与健身的积极性,某社区组织居民进行乒乓球比赛,每场比赛以3局者为获胜方,同时该场比赛结束,每局比赛没有平局.在一场比赛中,甲获胜的概率均为  $p$ ,且前4局甲和对方各胜2局的概率为  $\frac{3}{8}$ .

$p$  的值;

该场比赛结束时甲获胜的局数为  $X$ ,求  $X$  的分布列与期望.

分)

已知  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点,  $P(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$  是椭圆  $C$  上一点,  $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2 = \frac{1}{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 延长  $PF_1, PF_2$ , 并与椭圆  $C$  分别相交于  $M, N$  两点, 求  $\triangle PMN$  的面积.

(12分)

已知函数  $f(x) = a(e^x - 1)$

(1) 当  $a=1$  时, 求  $f(x)$  的图像在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;

(2) 若  $a \leq 1$ , 证明: 当  $x > 0$  时,  $f(x) < \cos x$ .



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw