

2022—2023 学年度上学期高三期末考试试题

数 学

命题人：抚顺二中 孙振刚

胡世龙

张建伟

考试时间：120 分钟

满分：150 分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名，准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合 $M = \{x | x^2 - 3x \leq 0\}$, $N = \{x | \frac{1}{2} < x < 4\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
 A. $\{x | 0 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$ B. $\{x | \frac{1}{2} < x \leq 3\}$ C. $\{x | 3 \leq x < 4\}$ D. $\{x | 0 \leq x < 4\}$
2. 已知复数 z 满足 $z(1+2i) = |4-3i|$ (其中 i 为虚数单位), 则复数 z 的虚部为 ()
 A. -2 B. $-2i$ C. 1 D. i
3. 下表是某校在 2022 年高考中各班的最高分, 则这组数据从小到大的第 80 百分位数是 ()

班级	最高分	班级	最高分
1 班	694	7 班	658
2 班	701	8 班	677
3 班	689	9 班	642
4 班	691	10 班	656
5 班	681	11 班	673
6 班	666	12 班	638

- A. 694 B. 681 C. 689 D. 691

4. 攒尖是古代中国建筑中屋顶的一种结构形式, 依其不同形状分为圆形攒尖、三角攒尖、四角攒尖、六角攒尖等, 多见于亭阁式建筑如图所示, 某园林建筑为六角攒尖, 它的主要部分的轮廓可近似看作一个正六棱锥, 设正六棱锥的侧面等腰三



角形的顶角为 2θ ，则侧棱与底面内切圆半径的比为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3\sin\theta}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3\cos\theta}$ C. $\frac{1}{2\sin\theta}$ D. $\frac{1}{2\cos\theta}$

5. 对任意向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ，下列关系式中不恒成立的是 ()

- A. $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| |\mathbf{b}|$ B. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$
C. $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^2 = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2$ D. $(\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2$

6. P 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上一点, F_1, F_2 分别为其左、右焦点, O 为坐标原点. 若

$|OP| = b$, 且 $\sin \angle PF_2 F_1 = 3 \sin \angle PF_1 F_2$, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{6}$

7. 已知 $a + 2^a = 2$, $b + 3^b = 2$, 则 $\lg a$ 与 $\lg b$ 的大小关系是 ()

- A. $\lg a < \lg b$ B. $\lg a = \lg b$ C. $\lg a > \lg b$ D. 不确定

8. 已知 $P_1(a_1, b_1)$ 与 $P_2(a_2, b_2)$ 是直线 $y = kx + 2$ (k 为常数) 上两个不同的点, 则关于

$l_1: a_1 x + b_1 y - 2 = 0$ 和 $l_2: a_2 x + b_2 y - 2 = 0$ 的交点情况是 ()

- A. 无论 k, P_1, P_2 如何, 总有唯一交点 B. 存在 k, P_1, P_2 使之有无穷多个交点
C. 无论 k, P_1, P_2 如何, 总是无交点 D. 存在 k, P_1, P_2 使之无交点

二、多项选择题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合要求, 全部选对得 5 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 下列说法正确的是 ()

- A. “ $\forall x > 0, e^x > x + 1$ ” 的否定形式是 “ $\exists x \leq 0, e^x \leq x + 1$ ”
B. “ $\sin x = \frac{1}{2}$ ” 的一个充分不必要条件是 “ $x = \frac{5\pi}{6}$ ”
C. 两个非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, “ $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ ” 是 “ $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ ” 的充分不必要条件
D. 若随机变量 $X \sim N(3, \sigma^2)$, 且 $P(X \geq 5) = 0.2$, 则 $P(1 \leq X \leq 5)$ 等于 0.6

10. 已知函数 $f(x) = a \sin x - \cos x (x \in \mathbf{R})$ 关于 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 则下列结论正确的是

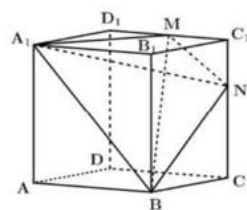
- A. $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
B. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增

- C. 函数 $f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ 是偶函数
- D. 把 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到的图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$ 对称
11. 已知直线 $l: ax+by+1=0 (a>0, b>0)$ 与圆 $C: x^2+y^2=1$ 相切, 则下列说法正确的是 ()

A. $a+b>1$ B. $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geq 4$ C. $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\leq \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\leq 2\sqrt{2}$

12. 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M 为线段 D_1C_1 的中点, N 为 CC_1 上的点, 且 $CN=2NC_1$, 过 A_1, M, N 的平面截该正方体的截面记为 S , 则下列命题正确的有 ()

- A. S 为五边形
- B. 三棱锥 A_1-BCD 外接球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$
- C. 三棱锥 A_1-BNM 的体积为 $\frac{2}{9}$
- D. BM 与平面 A_1BC 所成的角的正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{5}$



三. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 10$, S_n 为 $\{a_n\}$ 前 n 项和, 则 S_n 最小时 $n =$ _____
14. 若多项式 $x^2 + x^{10} = a_0 + a_1(x+1) + \dots + a_9(x+1)^9 + a_{10}(x+1)^{10}$, 则 $a_3 =$ _____
15. 已知 O 为坐标原点, 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p>0)$ 焦点 F 的直线与 C 交于 A, B 两点, 其中 A 在第一象限, 点 $M(p, 0)$, 若 $|AF| = |AM|$, 则直线 AB 的斜率为 _____
16. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2x+1) + f(2x-1) = f(2022)$, $f(x+1) = f(-x+1)$, 若 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, 则 $f(2022) =$ _____, $\sum_{k=1}^{200} kf\left(k - \frac{1}{2}\right) =$ _____.

四. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 设 $(\sin B - \sin C)^2 = \sin^2 A - \sin B \sin C$.
- (1) 求 A ;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $a = 3$, 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.
18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = \frac{2}{7}$, 且满足 $a_{n+1} = \frac{2a_n}{3a_n + 1} (n \in \mathbf{N}^*)$.
- (1) 求证: 数列 $\left\{\frac{1}{a_n} - 3\right\}$ 为等比数列;
- (2) 若 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} < 100$, 求满足条件的最大正整数 n .

19. (12分) 2022年某省社科院发布了本年度“城市居民幸福指数排行榜”，某市成为了本年度城市居民最“幸福城”. 随后，某机构组织人员进行社会调查，用“10分制”随机调查“明月”社区人们的幸福指数. 现从调查人群中随机抽取16名，如图所示的茎叶图记录了他们的幸福指数(以小数点前的一位数字为茎，小数点后的一位数字为叶). 若幸福指数不低于9.0分，则称该人的幸福度为“超级幸福”.

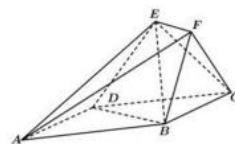
(1) 指出这组数据的众数和中位数;

(2) 求从这16人中随机选取3人，至少有2人是“超级幸福”的概率;

(3) 以这16人的样本数据来估计整个社区的总体数据，若从该社区(人数很多)任选4人，记 ξ 表示抽到“超级幸福”的人数，求 ξ 的分布列及数学期望.

幸福指数	
7	3 0
8	6 6 6 6 7 7 8 8 9 9
9	7 6 5 5

20. (12分) 如图，在几何体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是边长为2的菱形，且 $\angle BAD = 60^\circ$ ， $CE = DE$ ， $EF \parallel DB$ ， $DB = 2EF$ ，平面 $CDE \perp$ 平面 $ABCD$.



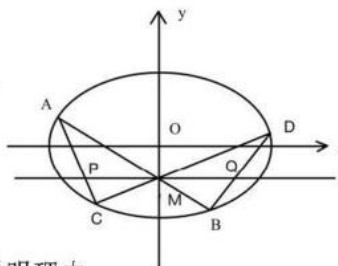
(1) 求证：平面 $BCF \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若直线 BE 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ，求点 C 与平面 AEF 的距离.

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ，过点 $M(0, -\frac{1}{2})$ 直线 l_1, l_2 的斜率为 k_1, k_2 ， l_1 与椭圆交于

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点， l_2 与椭圆交于 $C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ 两点，且 A, B, C, D 任意两点的连

线都不与坐标轴平行，直线 $y = -\frac{1}{2}$ 交直线 AC, BD 于 P, Q ,



(1) 求证： $\frac{k_1 x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{k_2 x_3 x_4}{x_3 + x_4}$;

(2) $\frac{|PM|}{|QM|}$ 的值是否是定值，若是，求出定值；若不是，请说明理由.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x} + c (a > 0)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = x - 1$.

(1) 用 a 表示出 b, c ;

(2) 若 $f(x) - \ln x \geq 0$ 在 $[1, +\infty)$ 上恒成立，求 a 的取值范围;

(3) 证明： $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{2(n+1)} > \frac{1}{2} + \ln(n+1) (n \in \mathbb{N}^*)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线