

P, 使得 $\angle APB > 90^\circ$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. (4,6) B. (4, +∞) C. [4, +∞) D. (6, +∞)

6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x)$ 为函数 $f(x)$ 的导函数, 若 $x^2 f'(x) + x f(x) = 1$,

$f(1) = 0$, 则不等式 $f(2^x - 3) > 0$ 的解集为 ()

- A. (0,2) B. $(\log_2 3, 2)$ C. $(\log_2 3, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 为第一象限内一

点, 且点 P 在双曲线 C 的一条渐近线上, $PF_1 \perp PF_2$, 且 $|PF_1| = 3|PF_2|$, 则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

8. 已知 m, n 为实数, 不等式 $\ln x - 2mx - n \leq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 恒成立, 则 $\frac{n}{m}$ 的最小值为 ()

- A. -4 B. -3 C. -2 D. -1

二、多选题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

9. 已知 α, β, γ 是三个平面, $\alpha \cap \beta = a, \alpha \cap \gamma = b, \beta \cap \gamma = c$. 下列结论正确的是 ()

- A. 若 $a \cap b = O$, 则 b 与 c 可能是异面直线
B. 若 $a \cap b = O$, 则直线 a, b, c 必然交于一点 (即三线共点)
C. 若 $a // b$, 则 $b // c$
D. 若 $a // b$, 则 b 与 c 可能是异面直线

10. 设 z_1, z_2, z_3 为复数, 下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $|z_1| = |z_2|$, 则 $z_1^2 = z_2^2$ B. 若 $z_1 z_2 = 0$, 则 $z_1 = 0$ 或 $z_2 = 0$
C. 若 $z_1 z_2 = z_1 z_3$ 且 $z_1 \neq 0$, 则 $z_2 = z_3$ D. 若 $\overline{z_2} = z_3$, 则 $|z_1 z_2| = |z_1 z_3|$

11. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$, 则下列结论正确的是 ()

A. $f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

B. 当且仅当 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值

C. $f(x)$ 的最小正周期是 π

D. $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 3 个零点

12. 已知实数 a, b, c 满足 $e^{a-c} + be^{c+1} \leq a + \ln b + 3$ (其中 e 为自然对数的底数), 则下列说法正确的是 ()

A. $a = c$

B. $ab \geq \frac{1}{e^2}$

C. $a + b + 2c$ 的最小值为 $-3 \ln 3$

D. $b + c > 0$

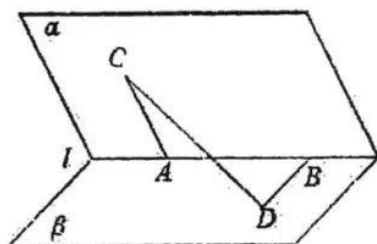
三. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知有 8 个样本数据分别为 4, 7, 8, 11, 13, 15, 20, 22, 则该组数据的第三四分位数为_____.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $C(3, 0)$, 动点 P 满足: 过点 P 作直线 $x = -1$ 的垂线, 垂足为 Q , 且 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{CQ} = 0$, 则 $|PC|$ 的最小值为_____.

15. 焦点在 x 轴上的椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{5} = 1 (a > 0)$, 点 F_1, F_2 是椭圆的左、右焦点, 点 P 是椭圆上的点, $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心为 M , 若 $\overrightarrow{MF_1} + 2\overrightarrow{MF_2} + 2\overrightarrow{MP} = \vec{0}$, 过原点的直线交椭圆 C 于 A, B 两点, 则 $|F_1A| + |F_1B|$ 的值为_____.

16. 如图, 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 的棱是 AB , $AC \subset \alpha$, $BD \subset \beta$, 若 $AB=AC=2$, $BD=3$, $CD=\sqrt{11}$, 且 $AC \perp l$, $BD \perp l$, 则二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为_____, 此时, 四面体 $A-BCD$ 的外接球的表面积为_____.



三、解答题

17. (10分) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n , 已知 $a_1=1$, $a_2=3$, 当 $n \geq 2$ 时, $S_{n+1}+S_{n-1}=2S_n+n+1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 设 $b_n = (-1)^n \cdot a_n$, 求 $\{b_n\}$ 的前 $2m$ ($m \in \mathbb{N}^+$) 项和 T_{2m} .

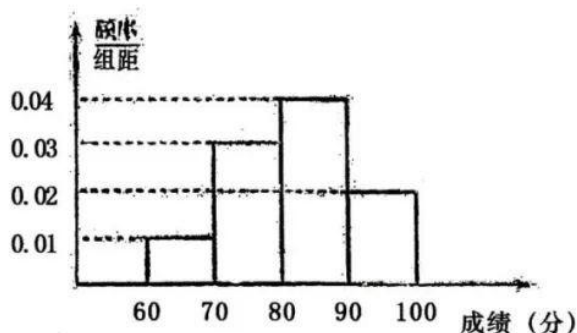
18. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} = 2a \cos B \cos C$,

其中, $C \neq \frac{\pi}{2}$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $b^2 + 3c^2 = 12 - 5ac$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

19. (12分) 某学校为了解学生对航天知识的知晓情况, 在全校学生中开展了航天知识测试(满分100分), 随机抽取了100名学生的测试成绩, 按照 $[60,70)$, $[70,80)$, $[80,90)$, $[90,100]$ 分组, 得到如下所示的样本频率分布直方图:

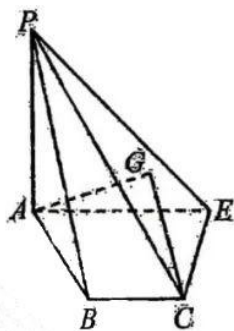


- (1) 根据频率分布直方图, 估计该校学生测试成绩的平均数;
- (2) 从测试成绩在 $[90,100]$ 的同学中再次选拔进入复赛的选手, 一共有6道题, 从中随机挑选出4道题进行测试, 至少答对3道题者才可以进入复赛. 现有甲、乙两人参加选拔, 在这6道题中甲能答对4道, 乙能答对3道, 且甲、乙两人各题是否答对相互独立. 记甲、乙两人中进入复赛的人数为 ζ , 求 ζ 的分布列及期望.

20. (12分) 如图, 已知四棱锥 $P-ABCE$ 中, $AB=1$, $BC=2$, $BE=2\sqrt{2}$, $PA \perp$ 平面 $ABCE$, 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC .

(1) 证明: $AB \perp BC$;

(2) 若 $PA=2\sqrt{2}$, 且 $AC=AE$, G 为 $\triangle PCE$ 的重心. 求直线 CG 与平面 PBC 所成角的正弦值.



21. (12分) 已知椭圆 $E: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过 $A(-1, 0)$, $B(\frac{3}{5}, \frac{8}{5})$ 两点, M, N 是椭圆 E

上异于 B 的两动点, 且 $\angle MAB = \angle NAB$, 直线 AM, AN 的斜率均存在, 并分别记为 k_1, k_2 .

(1) 求证: $k_1 k_2$ 为常数;

(2) 求 $\triangle AMN$ 面积的最大值.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln(1+x) - ax$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) \geq 0$, 求实数 a 的取值范围;

(3) 求证: $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \leq \frac{\ln(n+1) + \ln(n+2) - \ln 2}{\ln 3}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

