

(3) ③和⑨式所表示的是同样的力的大小. 联立③⑨式得

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad \text{⑩}$$

这就是为了使电子在不断增强的磁场中沿着半径不变的圆轨道加速运动, $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 和 $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 之间必须满足的定量关系.

评分参考: 第(1)问6分, ①②③式各2分; 第(2)问10分, ④⑤⑦⑧⑨式各2分; 第(3)问4分, ⑩式4分.

15. (20分)

(1) 平衡时气缸 A、B 内气体的压强相等, 故

$$\frac{m_A g}{S_A} = \frac{m_B g}{S_B} \quad \text{①}$$

由①式和题给条件得

$$S_A : S_B = 2 : 1 \quad \text{②}$$

(2) 两活塞上各放一质量为 $2m$ 的质点前, 气体的压强 p_1 和体积 V_1 分别为

$$p_1 = \frac{2mg}{S_A} = \frac{mg}{S_B} \quad \text{③}$$

$$V_1 = \frac{3}{2} S_B h \quad \text{④}$$

两活塞上各放一质量为 $2m$ 的质点后, B 中活塞所受到的气体压力小于它和质点所受重力之和, B 中活塞将一直下降至气缸底部为止, B 中气体全部进入气缸 A. 假设此时气缸 A 中活塞并未上升到气缸顶部, 气体的压强 p_2 为

$$p_2 = \frac{4mg}{S_A} = \frac{2mg}{S_B} \quad \text{⑤}$$

设平衡时气体体积为 V_2 . 由于初态末态都是平衡态, 由理想气体状态方程有

$$\frac{p_1 V_1}{T_0} = \frac{p_2 V_2}{T_0} \quad \text{⑥}$$

由③④⑤⑥式得

$$V_2 = \frac{3}{4} S_B h = \frac{3}{8} S_A h \quad \text{⑦}$$

这时气体的体积小于气缸 A 的体积, 与活塞未上升到气缸顶部的假设一致.

缓慢加热时, 气体先等压膨胀, B 中活塞不动, A 中活塞上升; A 中活塞上升至顶部后, 气体等容升压; 压强升至 $\frac{3mg}{S_B}$ 时, B 中活塞开始上升, 气体等压膨胀. 设当温度升至 T 时, 该活塞恰位于 $\frac{h}{2}$ 处. 此时气体的体积变为

$$V_3 = \frac{5}{2} S_B h \quad \text{⑧}$$

气体压强

$$p_3 = \frac{3mg}{S_B} \quad \text{⑨}$$

设此时气缸内气体的温度为 T ，由状态方程有

$$\frac{p_2 V_2}{T_0} = \frac{p_3 V_3}{T} \quad ⑩$$

由⑤⑦⑧⑨⑩式得

$$T = 5T_0 \quad ⑪$$

(3) 升高恒温槽的温度后，加热过程中，A 活塞上升量为

$$h - \frac{3}{8}h = \frac{5}{8}h \quad ⑫$$

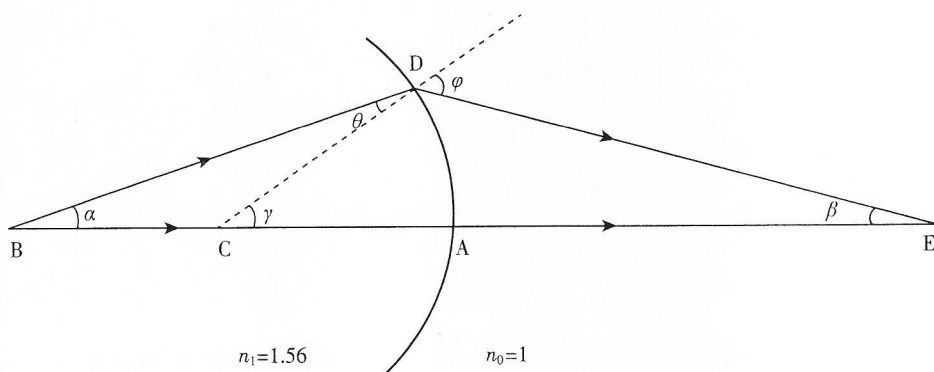
气体对活塞所做的总功为

$$W = 4mg \cdot \frac{5}{8}h + 3mg \cdot \frac{1}{2}h = 4mgh \quad ⑬$$

评分参考：第(1)问3分，①式2分，②式1分；第(2)问13分，③④⑤⑥式各2分，⑦⑧⑨⑩⑪式各1分；第(3)问4分，⑫⑬式各2分。

16. (20分)

(1) 容器底部凸面两侧介质的折射率分别是 $n_1 = 1.56$ 和 $n_0 = 1.0$ 。如图，由 B 点发出的经过球心 C 的光线 BA 经过顶点 A 后，方向不变，进入空气中；由 B 点发出的与 BA 成 α 角的另一条光线 BD 在 D 点折射，设折射角为 φ ，并与前一条出射光线交于 E 点，E 点即 B 点的像点的位置。



由折射定律和几何关系得

$$n_1 \sin \theta = n_0 \sin \varphi \quad ①$$

$$\gamma = \alpha + \theta \quad ②$$

$$\varphi = \gamma + \beta \quad ③$$

在三角形 BCD 和三角形 CDE 中，由正弦定理可得

$$\frac{\overline{CD}}{\sin \alpha} = \frac{\overline{BC}}{\sin \theta} \quad ④$$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin \beta} = \frac{\overline{CE}}{\sin \varphi} \quad ⑤$$

由于只考虑近轴光线成像，所以 α 、 β 、 θ 、 φ 都是小角度，①④⑤式可写为

$$n_1 \theta = n_0 \varphi \quad (6)$$

$$\theta \overline{CD} = \alpha \overline{BC} \quad (7)$$

$$\varphi \overline{CD} = \beta \overline{CE} \quad (8)$$

由⑥⑦式可得

$$\alpha + \theta = \varphi \left(1 + \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right) \frac{n_0}{n_1} = 0.82\varphi < \varphi \quad (9)$$

所考虑的光线是会聚的，故所成的像为实像。由②③⑥⑦⑧式可得

$$\overline{CE} = \frac{\varphi}{\beta} \overline{CD} = \frac{1}{1 - \frac{n_0}{n_1} - \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \frac{n_0}{n_1}} \overline{CD}$$

将题给数据代入上式得

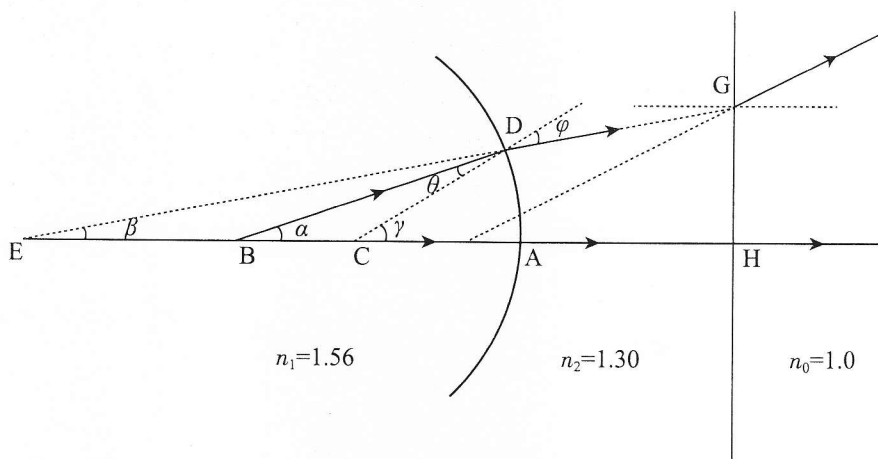
$$\overline{CE} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1.56} - \frac{1.75}{8.0 - 1.75} \frac{1}{1.56}} 1.75 \text{cm} = 9.75 \text{cm} \quad (10)$$

由⑨式和题给数据得

$$\overline{BE} = \overline{BA} - \overline{AC} + \overline{CE} = (8.0 - 1.75 + 9.75) \text{cm} = 16.0 \text{cm} \quad (11)$$

B 点发出的光线通过平凸玻璃柱，在玻璃柱对称轴上所成的像点的位置在 C 点正上方 9.75cm 处或在 B 点正上方 16.0cm 处。

- (2) 容器底部凸面两侧介质的折射率分别是 $n_1 = 1.56$ 和 $n_2 = 1.30$ 。如图，由 B 点发出的经过球心 C 的光线 BA 经过顶点 A 后，方向不变，进入液体中；由 B 点发出的与 BA 成 α 角的另一条光线 BD 在 D 点折射，设折射角为 φ ，并与前一条出射光线交 E 点，E 点即 B 点发出的光线第一次折射后所成像点的位置。



由折射定律和几何关系可得

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \varphi \quad (11)$$

$$\gamma = \alpha + \theta \quad (12)$$

$$\gamma = \varphi + \beta \quad (13)$$

在三角形 BCD 和三角形 CDE 中, 由正弦定理可得

$$\frac{\overline{CD}}{\sin \alpha} = \frac{\overline{BC}}{\sin \theta} \quad (14)$$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin \beta} = \frac{\overline{CE}}{\sin \varphi} \quad (15)$$

只考虑近轴光线, α 、 β 、 θ 、 φ 都是小角度, ⑪⑭⑮式可写为

$$n_1 \theta = n_2 \varphi \quad (16)$$

$$\theta \overline{CD} = \alpha \overline{BC} \quad (17)$$

$$\varphi \overline{CD} = \beta \overline{CE} \quad (18)$$

由⑭⑮式可得

$$\alpha + \theta = \varphi \left(1 + \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \right) \frac{n_2}{n_1} = 1.07 \varphi > \varphi \quad (19)$$

所考虑的光线是发散的, 故所成的像为虚像. 由⑫⑬⑭⑮⑯式得

$$\overline{CE} = \frac{\varphi}{\beta} \overline{CD} = \frac{1}{\frac{n_2}{n_1} + \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \frac{n_2}{n_1} - 1} \overline{CD}$$

将有关数据代入上式可得:

$$\overline{CE} = \frac{1}{\frac{1.30}{1.56} + \frac{1.75}{8.0 - 1.75} \frac{1.30}{1.56} - 1} 1.75 \text{ cm} = 26.25 \text{ cm} \quad (20)$$

由⑲式和题给数据得

$$\overline{BE} = \overline{AC} + \overline{CE} - \overline{AB} = (1.75 + 26.25 - 8.0) \text{ cm} = 20.0 \text{ cm} \quad (20)$$

B 点发出的光线通过平凸玻璃柱, 第一次折射后所成的像点的位置在 C 点正下方 26.25 cm 处或在 B 点正下方 20.0 cm 处.

评分参考: 第 (1) 问 10 分, ①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩式各 1 分;

第 (2) 问 10 分, ⑪⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳式各 1 分.