高一期末数学答案

一、1.C 2. A 3. A 4. C 5.C 6. B 7. D 8. D

二、9.BCD 10. BD 11. AC 12. BCD

三、13. $\sqrt{10}$ 14. $\frac{\pi}{4}$（或 45°） 15. $\frac{125}{6}\pi$ 16. $\frac{29}{72}$

四、17. 解：（1）$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}=(-3,5)$…………1 分

$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=(1,-1)$ …………2 分

$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}=-3\times1+5\times(-1)=-8$ …………4 分

(2) $|\overrightarrow{CB}|=\sqrt{2},|\overrightarrow{CA}|=\sqrt{34}$ …………5 分

$\cos\angle ACB=\frac{\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}||\overrightarrow{CB}|}=-\frac{4}{\sqrt{17}}$， …………7 分

又由 $\angle ACB\in[0,\pi]$ 得 $\sin\angle ACB=\frac{1}{\sqrt{17}}$…………8 分

所以：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{CA}||\overrightarrow{CB}|\sin\angle ACB=\frac{1}{2}\times\sqrt{34}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{17}}=1$ …………10 分

18.解：（1）若选①，由已知有：$\vec{m}\perp\vec{n}$，即 $\vec{m}\cdot\vec{n}=0$

$\therefore\sqrt{3}c\cos A=a\sin C$ ……………………2 分

由正弦定理得：$\sqrt{3}\sin C\cos A=\sin A\sin C$ ……………………4 分

$\because\sin C>0,\therefore\tan A=\sqrt{3}$ ……………………5 分

又 $A\in(0,\pi),\therefore A=\frac{\pi}{3}$ ……………………6 分

若选②，$\sqrt{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2S_{\Delta ABC}$

由数量积及三角形面积公式得：$\sqrt{3}bc\cos A=2\times\frac{1}{2}bc\sin A$ ………3 分

$\therefore\tan A=\sqrt{3}$ ……………………5 分

又 $A\in(0,\pi)$，$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$ ……………………6 分

若选③：$(c-b)\sin C=a\sin A-b\sin B$

由正弦定理得：$(c-b)c=a^2-b^2$ ……………………2 分

化简得：$b^2+c^2-a^2=bc$ ……………………3 分

由余弦定理得：$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$ ……………………5 分

又 $A\in(0,\pi)$，$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$ ……………………6 分

（2）由余弦定理得：$a^2=b^2+c^2-bc$ ……………………8 分

由 $\sin B=2\sin C\Rightarrow b=2c$ ……………………10 分

$\therefore c=\sqrt{3},b=2\sqrt{3}$ ……………………11 分

又 $\therefore a+b+c=3+3\sqrt{3}$，故 ΔABC 的周长为 $3+3\sqrt{3}$ ……………………12 分

19．解：（1）设这 m 人的平均年龄为 $\overline{x}$，则

$\overline{x}=22.5\times0.1+27.5\times0.35+32.5\times0.25+37.5\times0.2+42.5\times0.1=31.75$（岁）．……4 分

（2）（ⅰ）由题意得，第四组应抽取 4 人，记为 A，B，C，甲，第五组抽取 2 人，记为 D，乙，对应的样本空间为 $\Omega=\{$（A,B），（A,C），（A,甲），（A,乙），（A,D），（B,C），（B,甲），（B,乙），（B,D），（C,甲），（C,乙），（C,D），（甲,乙），（甲,D），（乙,D）$\}$，共 15 个样本点．分

设事件 M=“甲、乙两人至少一人被选上”，则

$M=\{$（A,甲），（A,乙），（B,甲），（B,乙），（C,甲），（C,乙），（甲,乙），（甲,D），（乙,D）$\}$，

共有 9 个样本点． …………6 分

所以，$P(M)=\dfrac{n(M)}{n(\Omega)}=\dfrac{3}{5}$． …………8 分

（ⅱ）设第四组、第五组的宣传使者的年龄的平均数分别为 $\overline{x}_4$，$\overline{x}_5$，方差分别为 s_4^2，s_5^2，

则 $\overline{x}_4=36$，$\overline{x}_5=42$，$s_4^2=\dfrac{5}{2}$，$s_5^2=1$．

设第四组和第五组所有宣传使者的年龄平均数为 $\overline{z}$，方差为 s^2．

则 $\bar{z}=\dfrac{4\bar{x}_4\pm2\bar{x}_5}{6}=\dfrac{4\times36+2\times42}{6}=38$， …………10 分

$$s^2=\frac{1}{6}\left\{4\times\left[s_4^2+\left(\bar{x}_4-\bar{z}\right)^2\right]+2\times\left[s_5^2+\left(\bar{x}_5-\bar{z}\right)^2\right]\right\}=\frac{1}{6}\left\{4\times\left[\frac{5}{2}+(36-38)^2\right]+2\times\left[1+(42-38)^2\right]\right\}=10$$

因此第四组和第五组所有宣传使者的年龄方差为 10.

据此可估计这 m 人中年龄在 35～45 岁的所有人的年龄方差约为 10. …………12 分

20.（1）$\because BC=1$，$BB_1=2$，$B_1C=\sqrt{3}$.

$\therefore BC^2+B_1C^2=BB_1^2$，$\therefore BC\perp B_1C$. …………2 分

$\because AB\perp BC$，$AB//A_1B_1$，$\therefore A_1B_1\perp BC$. …………4 分

又$\because B_1C\cap A_1B_1=B_1$，$\therefore BC\perp$平面 A_1B_1C. …………5 分

$\because A_1C\subset$平面 A_1B_1C，$\therefore BC\perp A_1C$. …………6 分

（2）$\because A_1C=2$，$A_1B_1=AB=1$，$B_1C=\sqrt{3}$，

$\therefore B_1C^2+A_1B_1^2=A_1C^2$，$\therefore B_1C\perp A_1B_1$，$\therefore B_1C\perp AB$， …………8 分

由（1）可得 $BC\perp B_1C$，$AB\cap BC=B$，$\therefore B_1C\perp$平面 ABC. …………10 分

$\therefore V_{ABC-A_1B_1C_1}=\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. …………12 分

20.解：（1）由题意可知 $\angle B'MN=\angle A'NM=75°$，$\angle A'MN=\angle B'NM=45°$ ……1 分

$\therefore\angle NA'M=60°$，在 $\Delta A'MN$ 中，由正弦定理 $\dfrac{MN}{\sin\angle NA'M}=\dfrac{A'N}{\sin\angle A'MN}$

$\therefore MN=30\sqrt{3}\cdot\dfrac{6}{60}=3\sqrt{3},A'N=3\sqrt{2}$ ……………………………………3 分

又$\because N$ 点观测 A 时仰角的正切值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{15}$，$AA'=3\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{15}=0.4$

答：该山的高度 0.4 千米. ………………………5 分

（2）设 $\Delta A'MB'$ 的外接圆为圆 O，

$\because\angle A'MB'=\angle A'NB'$，根据圆的有关性质，$A',B',M,N$ 四点公园

在 $\Delta A'MN$ 中，由正弦定理，圆 O 直径为 $\frac{MN}{\sin\angle NA'M}=6$，…………6 分

在 $\Delta A'MB$ 中，由正弦定理， $A'B'=6\sin\angle A'MB'=3$，…………7 分

延长 $A'B'$ 与圆台交于点 C，

由题意下底面半径为 1.8km，圆台的母线长 BC 可在直角 $\Delta BB'C$ 中由勾股定理得为 0.5km …………8 分

圆台的侧面积$=\pi\cdot(1.5+1.8)\cdot 0.5=\frac{33\pi}{20}\text{km}^2$ …………9 分

圆台的上底面面积$=\pi\cdot 1.5^2=\frac{9\pi}{4}\text{km}^2$ …………10 分

$\frac{33\pi}{20}+\frac{9\pi}{4}=3.9\pi\ \text{km}^2$ …………11 分

答：该山被冰雪覆盖的面积为 3.9π平方千米. …………12 分

22.(1)证明：连接 MC，交 BD 于点 E，连接 NE，

因为 $\frac{DM}{AM}=2, AD=3$,所以 $DM=2, AM=1$，

因为 $AD//BC$，所以 $\frac{CE}{EM}=\frac{BC}{DM}=2=\frac{CN}{NP}$， …………2 分

所以 $PM//NE$, …………3 分

因为 $NE\subset$平面 NBD，$PM\not\subset$平面 NBD，所以 $PM//$平面 BDN ……………4 分

（2）取 BC 中点 F，连接 MF、PF，

因为△PBC 为正三角形，所以 $PF\perp BC$，且 $PF=2\sqrt{3}$，

因为 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$\angle ADC=90^o$,$FC=MD=2$,所以四边形 $DMFC$ 为矩形，

所以 $MF\perp BC$.因为 $MF\cap PF=F$.所以 $BC\perp$平面 PMF，所以平面 $PBC\perp$平面 PMF

所以$\angle PFM$ 为二面角 P-BC-A 的平面角， …………6 分

所以 $\angle PFM=\theta$，$\because\tan\theta=\sqrt{2},\therefore\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$

设 $PM=x$,由余弦定理得 $PM^2=PF^2+MF^2-2PF\cdot MF\cdot cos\theta$

于是 $x^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2+3^2-2\times 2\sqrt{3}\times 3\times\frac{\sqrt{3}}{3}$,整理得 $x^2-9=0$,解得 $x=3$ 或 $x=-3$（舍去），

过点 F 作 $FQ\perp PM$ 交 PM 于点 Q.

因为 $AD//BC.BC\perp$ 平面 PMF，所以 $AD\perp$ 平面 PMF，又 $AD\subset$ 平面 PAD,所以平面 $PAD\perp$ 平面 PMF.平面 $PAD\cap$ 平面 $PMF=PM$，$QF\subset$ 平面 PMF，所以 $QF\perp$ 平面 PAD，

所以 QF 为点 F 到平面 PAD 的距离，

因为 $AD//BC.AD\subset$ 平面 $PAD,BC\not\subset$ 平面 PAD，所以 $BC//$ 平面 PAD,所以 QF 也为点 B 到平面 PAD 的距离，　　　　………………………9 分

因为 $\cos\angle PFM=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\sin\angle PFM=\sqrt{1-\cos^2\angle PFM}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

所以 $S_{\Delta PFM}=\frac{1}{2}PF\times MF\sin\angle PFM=\frac{1}{2}PM\times QF$，

即 $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 3\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{1}{2}\times 3\times QF$，解得 $QF=2\sqrt{2}$.又 $BD=5$，　………………………11 分

所以直线 BD 与平面 PAD 所成角的正弦值为 $\frac{QF}{BD}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$　…………… …. 12 分

关于我们