

岳阳市 2023 届高三教学质量监测 (一)

数学试卷

本试卷共 6 页, 22 道题, 满分 150 分, 考试用时 120 分钟。

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的学校、班级、考号、姓名填写在答题卡上。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
- 考试结束后, 只将答题卡交回。

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

- 在复平面内, 复数 z 对应的点为 $(1, -1)$, 则 $\frac{z}{1+i} =$
A. i B. $-i$ C. $2i$ D. $-2i$
- 已知集合 $A = \{x | \log_2 x < 1\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \cup B =$
A. $(1, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(0, +\infty)$ D. \mathbb{R}
- 已知直线 $l: y = kx$ 和圆 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, 则 “ $k=0$ ” 是 “直线 l 与圆 C 相切的”
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- 已知函数 $f(x) = \sin x + a \cos x$ 的一个零点是 $\frac{\pi}{3}$, 将函数 $y = f(2x)$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度后所得图象的表达式为
A. $y = 2 \sin(2x - \frac{7\pi}{6})$ B. $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{12})$
C. $y = -2 \cos 2x$ D. $y = 2 \cos 2x$

高三一模数学试卷 第 1 页 (共 6 页)

5. 核电站只需消耗很少的核燃料，就可以产生大量的电能，每千瓦时电能的成本比火电站要低 20% 以上。核电无污染，几乎是零排放，对于环境压力较大的中国来说，符合能源产业的发展方向。2021 年 10 月 26 日，国务院发布《2030 年前碳达峰行动方案》，提出要积极安全有序发展核电。但核电造福人类时，核电站的核泄露核污染也时时威胁着人类，如 2011 年，日本大地震导致福岛第一核电站发生爆炸，核泄漏导致事故所在地被严重污染，主要的核污染物是铯 90，它每年的衰减率为 2.47%。专家估计，要基本消除这次核事故对自然环境的影响至少需要 800 年，到那时，原有的铯 90 大约剩
- (参考数据 $\lg 0.9753 \approx -0.01086$)

- A. $\frac{1}{10^8}\%$ B. $\frac{1}{10^7}\%$
C. $\frac{1}{10^8}$ D. $\frac{1}{10^7}$

6. 已知两个等差数列 $2, 6, 10, \dots$ 及 $2, 8, 14, \dots, 200$ ，将这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列 $\{a_n\}$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的各项之和为
- A. 1666 B. 1654
C. 1472 D. 1460

7. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上， SC 是球 O 的直径。若平面 $SAC \perp$ 平面 SBC ， $SA=AC, SB=BC$ ，球 O 的体积为 36π ，则三棱锥 $S-ABC$ 的体积为
- A. 9 B. 18
C. 27 D. 36

8. 已知正实数 x, y 满足 $x+y=1$ ，则下列不等式恒成立的是
- A. $x^2+y^2 \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $x^x y^y \leq x^y y^x$
C. $x^x \cdot y^y \leq \frac{1}{2}$ D. $y^x \cdot x^y \leq \frac{1}{2}$

二、多项选择题 (本大题共4小题,每小题5分,共20分.每小题至少有一个选项符合题目要求,全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得2分.)

9. 已知函数 $f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1}$, 则

- A. $f(\sin x)$ 是周期函数
B. 函数 $f(x)$ 在定义域上是单调递增函数
C. 函数 $y = f(x) - 2$ 是偶函数
D. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(0, 2)$ 对称

10. 甲、乙、丙、丁四名同学报名参加假期社区服务活动, 社区服务活动共有“关怀老人”“环境检测”、“图书义卖”这三个项目, 每人都要报名且限报其中一项. 记事件 A 为“恰有两名同学所报项目相同”, 事件 B 为“只有甲同学一人报‘关怀老人’项目”, 则

- A. 四名同学的报名情况共有 3^4 种
B. “每个项目都有人报名”的报名情况共有 72 种
C. “四名同学最终只报了两个项目”的概率是 $\frac{14}{27}$
D. $P(B|A) = \frac{1}{6}$

11. 正方体 $A_1B_1C_1D_1 - ABCD$ 的棱长为 1, 点 P 在线段 BC_1 上运动, 则下列结论正确的是

- A. 异面直线 A_1C 与 BC_1 所成的角为 60°
B. 异面直线 A_1P 与 AD_1 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$
C. 二面角 $A - B_1C - B$ 的正切值为 $\sqrt{2}$
D. 直线 AB_1 与平面 ABC_1D_1 所成的角为 45°

12. 已知抛物线 $y^2 = 3x$ 上的两点 $A(x_0, y_0), B(x_0, -y_0) (x_0 \neq 0)$ 及抛物线上的动点 $P(x, y)$, 直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 , 坐标轴原点记为 O , 下列结论正确的是

- A. 抛物线的准线方程为 $x = -\frac{3}{2}$
B. 三角形 AOB 为正三角形时, 它的面积为 $27\sqrt{3}$
C. 当 y_0 为定值时, $\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}$ 为定值
D. 过三点 $A_0(0, y_0), B_0(0, -y_0), C_0(x_0, 0) (x_0 \neq 0)$ 的圆的周长大于 3π

三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填在答题卡中对应题号后的横线上.)

13. 已知 $\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{5}{13}$, α, β 均为锐角, 则 $\cos(\alpha + \beta) =$ _____.

14. 已知某车间在上半年的六个月中, 每个月的销售额 y (万元) 与月份 $x(x=1,2,3,4,5,6)$ 满足线性回归方程 $\hat{y} = 1.21x + 28.765$, 则该车间上半年的总销售额约为 _____ 万元.

15. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 圆 $P: (x-1)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = \frac{1}{4}$ 分别交线段 PF_1, PF_2 于 M, N 两点, 则 $\overline{MF_1} \cdot \overline{NF_2} =$ _____.

16. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = m$, 且对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$ 都有 $a_n + a_{n+1} = 2n + 1$, 则

(1) 若 $S_3 > S_2$, 则实数 m 的取值范围是 _____;

(2) 若存在 $k \in \mathbb{N}^*$, 使得 $S_k = S_{k+1} = 55$, 则实数 m 为 _____.

四、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分10分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $\log_3 a_{n+1} - \log_3 a_n = 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ 且数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n + 1) \times 2(S_n + 1)}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

8 月 5 日晚, 2022 首届湖南·岳阳“洞庭渔火季”开幕式在洞庭南路历史文化街区工业遗址公园(岳阳港工业遗址公园)举行. 举办 2022 首届湖南·岳阳“洞庭渔火季”, 是我市深入贯彻落实中央和省委“稳经济、促消费、激活力”要求, 推出的大型文旅活动, 旨在进一步深挖岳阳“名楼”底蕴、深耕“江湖”文章, 打造“大江大湖大岳阳”文旅 IP, 为加快推进文旅融合发展拓展新维度、增添新动力. 活动期间, 某小吃店的生意异常火爆, 对该店的一个服务窗口的顾客从排队到取到食品的时间进行统计, 结果如下:

取到食品所需的时间(分)	1	2	3	4	5
频率	0.05	0.45	0.35	0.1	0.05

假设每个顾客取到食品所需的时间互相独立, 且都是整数分钟. 从排队的第一个顾客等待取食品开始计时.

(1) 试估计“恰好 4 分钟后, 第三个顾客开始等待取食品”的概率;

(2) 若随机变量 X 表示“至第 2 分钟末, 已取到食品的顾客人数”, 求 X 的分布列及数学期望.

19. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 三个内角 A, B, C 的对应边分别为 a, b, c , $b^2 - a^2 = ac$.

(1) 证明: $B = 2A$;

(2) 求 $\cos C + \cos A$ 的取值范围.

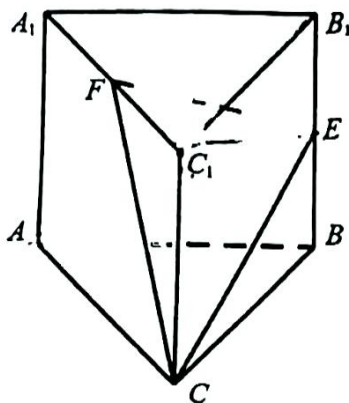
20. (本小题满分 12 分)

已知直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, E, F 分别为棱 B_1B 和 A_1C_1 的中点, $\angle BAC = 45^\circ$, $AC = 2\sqrt{2}$, $AB = 3$.

(1) 求证: 平面 $EFC \perp$ 平面 A_1ACC_1 ;

(2) 若直线 EC_1 与平面 EFC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 且 $A_1A < 3$, 证明: 平面 $AB_1C_1 \perp$ 平面

EFC .



21. (本小题满分 12 分)

已知直线 $l_1: y = 2x$ 和直线 $l_2: y = -2x$, 过动点 E 作平行 l_2 的直线交 l_1 于点 A , 过动点 E 作平行 l_1 的直线交 l_2 于点 B , 且四边形 $OAEB$ (O 为原点) 的面积为 4.

(1) 求动点 E 的轨迹方程;

(2) 当动点 E 的轨迹的焦点在 x 轴时, 记轨迹为曲线 E_0 , 若过点 $M(1, 0)$ 的直线 m 与曲线 E_0 交于 P, Q 两点, 且与 y 轴交于点 N , 若 $\overline{NM} = \lambda \overline{MP}$, $\overline{NM} = \mu \overline{MQ}$, 求证: $\lambda + \mu$ 为定值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = k \ln(1+x)$, $g(x) = x$, ($k \in \mathbb{R}$).

(1) 讨论函数 $y = f(x) - g(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上的最大值;

(2) 确定 k 的所有可能取值, 使得存在 $t > 0$, 对任意的 $x \in (0, t)$, 恒有 $|f(x) - g(x)| < kx^2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

