# 高三年级 2022～2023 学年 4 月份模拟考·数学

## 参考答案、提示及评分细则

**一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. C　∵集合 $A=\{x|x^2-3x+2>0\}=\{x|x<1$ 或 $x>2\}$，集合 $B=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant 4\}=\{1,2,3,4\}$，

∴$A\cap B=\{3,4\}$. 故选 C.

2. A　结合指对函数的单调性，可得 $a=2022^{\frac{1}{2023}}>2022^0=1$，$0<b=\left(\frac{1}{2023}\right)^{2022}<\left(\frac{1}{2023}\right)^0=1$，

$c=\log_{2022}\frac{1}{2023}<\log_{2022}1=0$，∴$a>b>c$. 故选 A.

3. B　$\frac{2}{\sin 2\alpha}=\frac{2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=\frac{\tan^2\alpha+1}{\tan\alpha}=\frac{5}{2}$. 故选 B.

4. D　∵$a_4=\frac{1}{2}a_5$，∴$a_4=\frac{1}{2}(a_4+d)$，$a_4=d$，$a_5=2d$. ∴$a_1=a_4-3d=-2d$，$a_1+a_4=-d$.

∴$\frac{S_9}{S_4}=\frac{(a_1+a_9)\times 9}{(a_1+a_4)\times 4}=\frac{2a_5\times 9}{(a_1+a_4)\times 4}=\frac{4d\times 9}{-d\times 4}=-9$. 故选 D.

5. C　令 $z=-2$，得方程为 $x^2+y^2=2$，这是一个半径为$\sqrt{2}$的圆.

乘上比例尺，即圆的实际半径为 $40\sqrt{2}$ m，则建筑的占地面积为 $\pi\times(40\sqrt{2})^2=3200\pi(\text{m}^2)$. 故选 C.

6. D　∵$a>0$，$b>0$，且 $2a+b=4$，∴$ab=\frac{1}{2}\cdot 2ab\leqslant\frac{1}{2}\left(\frac{2a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\times 4=2$，当且仅当 $a=1$，$b=2$ 时，“=”成立. 当 $ab\geqslant 2$ 时，不能得出 $2a+b=4$. ∴“$2a+b=4$”是“$ab\geqslant 2$”的既不充分也不必要条件. 故选 D.

7. B　第一步：先盖 $A$，$B$，有 $8\times 3=24$ 种方法；

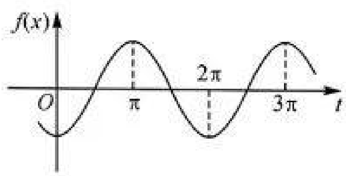
第二步：再盖 $C$，$D$.

①若 $C$ 与 $A$ 或 $B$ 在同一列，则有 2 种盖法，$D$ 就有 3 种盖法，共 $2\times 3=6$ 种方法；

②若 $C$ 与 $A$ 或 $B$ 不在同一列，则有 4 种盖法，$D$ 就有 2 种盖法，共 $4\times 2=8$ 种方法.

综上所述，满足要求的有 $24\times(6+8)=336$ 种方法. 故选 B.

8. A　由题可知，$f(x)=2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\omega x+\varphi)-\frac{1}{2}\cos(\omega x+\varphi)\right]=2\sin\left(\omega x+\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$为偶函数，




∴$\varphi-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即 $\varphi=\frac{2}{3}\pi+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$. ∵$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，∴$\varphi=-\frac{\pi}{3}$.

∴$f(x)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=-2\cos(\omega x)$.

令 $t=\omega x$，由 $0<x<2$ 得 $t\in(0,2\omega)$. ∴ $f(x)$ 转化为 $f(t)=-2\cos t, t\in(0,2\omega)$.

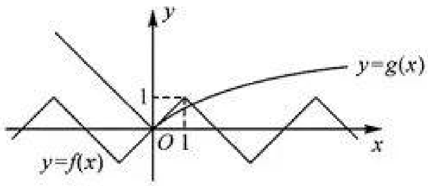
如图，$f(t)=-2\cos t$ 在 $(0,2\omega)$ 上有且仅有一个极大值点没有极小值点时，$\pi<2\omega\leqslant 2\pi$.

∴ $\frac{\pi}{2}<\omega\leqslant\pi$. 故选 A.

**二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.**

9. BC　$z=\frac{1-i^{2023}}{2+i}=\frac{1+i}{2+i}=\frac{3+i}{5}$，∴ $z$ 的虚部为 $\frac{1}{5}$，$\bar{z}=\frac{3}{5}-\frac{i}{5}$，$|z|=\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，$z$ 在复平面内对应的点位于第一象限. 故选 BC.

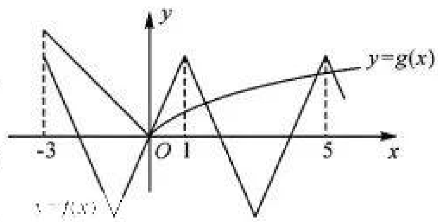
10. ABC　∵奇函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x+2)=-f(x)$，∴ $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$. ∴ $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数，选项 A 正确；




当 $x<0$ 时，$g(x)=-x$ 为减函数，当 $x\geqslant 0$ 时，$g(x)=\ln(x+1)$ 为增函数，选项 B 正确；

当 $a=1$ 时，如图，画出两个函数的大致图象. 两函数图象有两个交点，∴方程有两个实数根，选项 C 正确；

∵ $a\geqslant 1$，∴如图，画出两个函数的大致图象.




∴方程 $f(x)=g(x)$ 在 **R** 上有 4 个不同实数根时，$\begin{cases} f(5)<g(\text{[illegible]}), \\ f(5)>g(5), \end{cases}$ 有 $\begin{cases} a<\ln \text{[illegible]}, \\ a>\ln 6, \end{cases}$ 解得 $\ln 6<a<\ln$ [illegible]，选项 D 错误. 故选 ABC.

11. ABC　设 $A(x,y)$，∵ $|AO|=|AB|$，$\frac{|AP|}{|AB|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $\frac{|AP|}{|AO|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $\frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

整理得 $x^2+y^2-8x+4=0$，即 $(x-4)^2+y^2=12$.

∴点 $A$ 的轨迹是以 $C(4,0)$ 为圆心，半径 $r=2\sqrt{3}$ 的圆. 选项 A 正确；

当 $AO$ 与圆相切时，$\angle AOP$ 最大，此时 $\sin\angle AOP=\frac{r}{|OC|}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $\angle AOP=\frac{\pi}{3}$. 选项 B 正确；

当点 $A$ 到 $OP$ 距离最大时，$\triangle AOP$ 面积最大，即 $\triangle ABO$ 面积最大.

点 $A$ 到 $x$ 轴距离最大值为半径长，∴ $S_{\triangle ABO}=\frac{2}{\sqrt{3}}S_{\triangle AOP}\leqslant\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2}\times OP\cdot r=2$. 选项 C 正确；

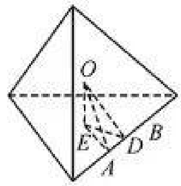
$|\overrightarrow{AP}|_{\min}=r-CP=2\sqrt{3}-(4-1)=2\sqrt{3}-3$. 选项 D 错误. 故选 ABC.

12. BCD　选项 A，该半正多面体的表面由边长为 2 的 4 个正六边形和 4 个正三角形组成，

∴其表面积为 $4\times(6+1)\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=28\sqrt{3}$，选项 A 错误；

选项 B，该半正多面体的体积为原正四面体体积减去截去的 4 个小正四面体体积，

∴其体积为 $\frac{\sqrt{2}}{12}\times 6^3-4\times\frac{\sqrt{2}}{12}\times 2^3=\frac{46\sqrt{2}}{3}$，选项 B 正确；

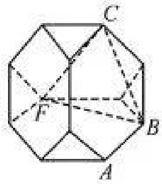



选项 C，易知该半正多面体的外接球球心为原正四面体外接球球心，设为点 $O$.

如图，在正四面体中，点 $O$ 到各面的距离为$\frac{\sqrt{6}}{2}$，即 $OE=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

又 $ED=\sqrt{3}$，$AD=1$，$\therefore OA^2=AD^2+DE^2+EO^2=\frac{11}{2}$.

$\therefore$外接球表面积为 $4\pi\cdot OA^2=22\pi$，选项 C 正确；




如图，在正六边形中，易知 $AB\perp BF$，$AB\perp BC$，$\therefore AB\perp$平面 $BCF$.

$\therefore$点 $M$ 的轨迹长为$\triangle BCF$ 的周长，易知 $BC=BF=2\sqrt{3}$，$FC=4$，$\therefore$周长为 $4+4\sqrt{3}$，选项 D 正确. 故选 BCD. 来源：高三答案公众号

**三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13. $2\sqrt{2}$　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=2^2+2\times(-4)+(2\sqrt{3})^2=8$，$\therefore|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2\sqrt{2}$.

14. $\frac{1}{e-1}$　$\because f(x)=f'(1)e^x-x$，$\therefore f'(x)=f'(1)e^x-1$，$\therefore f'(1)=f'(1)e-1$，$f'(1)=\frac{1}{e-1}$.

$\therefore f(0)=f'(1)=\frac{1}{e-1}$.

15. 20　设这 6 个样本中成分甲的含量分别为 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6$，平均值为 $\bar{x}$，

则$(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_6-\bar{x})^2=(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_6^2)-6\bar{x}^2=6\times2^2=24$.

所以 $x_1^2+x_2^2+\cdots+x_6^2=240$.

于是 $y_1+y_2+\cdots+y_6=10(x_1+x_2+\cdots+x_6)-(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_6^2)=120$.

则 $\bar{y}=\frac{y_1+y_2+\cdots+y_6}{6}=20$.

16. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　根据黄金分割的定义，设线段全长为 1，较大部分长为 $x$，$\therefore\frac{x}{1}=\frac{1-x}{x}$.

即 $x^2+x-1=0$，解得 $x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（负舍）. $\therefore$“黄金椭圆”的离心率 $e=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

设$\angle F_2F_1P$ 的平分线交 $PA$ 于点 $M$，则点 $M$ 为$\triangle PF_1F_2$ 内心.

$\therefore\frac{|PF_1|}{|F_1A|}=\frac{|PM|}{|MA|}=\frac{|PA|-|MA|}{|MA|}=\frac{|PA|}{|MA|}-1=\frac{S_{\triangle PF_1F_2}}{S_{\triangle MF_1F_2}}-1$.

$\because$设内切圆半径为 $r$，$\therefore\frac{S_{\triangle PF_1F_2}}{S_{\triangle MF_1F_2}}=\frac{\frac{1}{2}(|PF_1|+|PF_2|+|F_1F_2|)\cdot r}{\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot r}=\frac{2a+2c}{2c}=\frac{a}{c}+1$.

$\therefore\frac{|PF_1|}{|F_1A|}=\frac{a}{c}=\frac{1}{e}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

**四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.**

17. 解：(1) $\because 2S_{n+1}=S_n+2$，$\therefore 2(S_{n+1}-2)=S_n-2$，即$\frac{S_{n+1}-2}{S_n-2}=\frac{1}{2}$，…………………………………… 2 分

又 $S_1-2=a_1-2=-1$，$\therefore$数列$\{S_n-2\}$是以$-1$ 为首项，$\frac{1}{2}$为公比的等比数列，………………………… 4 分

$\therefore S_n-2=-\frac{1}{2^{n-1}}$. 当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=-\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^{n-2}}=\frac{1}{2^{n-1}}$，$a_1=1$ 也满足；…………………… 6 分

(2)由(1)可知，$b_n=2^{n-1}+\frac{1}{2^{n-1}}$， …………………………………………………… 7 分

$\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n=(2^0+2^1+\cdots+2^{n-1})+(2^0+2^{-1}+\cdots+2^{1-n})=2^n-\frac{1}{2^{n-1}}+1$. ………… 10 分

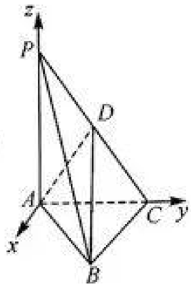
18. 解：(1)$\because PA\perp$ 底面 $ABC$，$\therefore$ 建立如图所示空间直角坐标系.

设 $B(x,y,0)$，$C(0,2,0)$，$P(0,0,2\sqrt{3})$，$\therefore D(0,1,\sqrt{3})$，则 $\overrightarrow{BD}=(-x,1-y,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{AC}=(0,2,0)$，……… 2 分

$\therefore\begin{cases}\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\\|\overrightarrow{BA}|=2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2(1-y)=0,\\\sqrt{x^2+y^2}=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}y=1,\\x=\sqrt{3}.\end{cases}$ $\therefore B(\sqrt{3},1,0)$， ……………………………… 5 分

$\therefore\overrightarrow{BC}=(-\sqrt{3},1,0)$，$BC$ 的长为 $|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}=2$；………………………………… 6 分

(2)设平面 $ABD$ 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AD}=0,\\\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}y+\sqrt{3}z=0,\\\sqrt{3}x+y=0,\end{cases}$




令 $y=\sqrt{3}$，得 $\boldsymbol{m}=(-1,\sqrt{3},-1)$， …………………………………………………… 8 分

由(1)知 $\overrightarrow{BC}=(-\sqrt{3},1,0)$，$\overrightarrow{CD}=(0,-1,\sqrt{3})$.

设平面 $BCD$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0,\\\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}-y+\sqrt{3}z=0,\\-\sqrt{3}x+y=0,\end{cases}$

令 $y=\sqrt{3}$，得 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},1)$，……………………………………………………………… 10 分

$\therefore\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{1}{5}$，$\therefore$ 锐二面角 $A-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{1}{5}$. ………………………… 12 分

19. 解：(1)在 $\triangle BCD$ 中，由余弦定理，得 $BC^2=BD^2+DC^2-2BD\cdot DC\cdot\cos\angle BDC$，

$\therefore(7\sqrt{3})^2=(5\sqrt{3})^2+CD^2-2\times5\sqrt{3}\times CD\cdot\cos\frac{\pi}{3}$，整理得 $CD^2-5\sqrt{3}CD-72=0$.

解得 $CD=8\sqrt{3}$ 或 $CD=-3\sqrt{3}$(舍去). ………………………………………………………… 3 分

$\therefore\cos\angle DBC=\frac{BD^2+BC^2-CD^2}{2BD\cdot BC}=\frac{1}{7}$，$\sin\angle DBC=\frac{\sin\angle BDC}{BC}\cdot DC=\frac{4\sqrt{3}}{7}$. ………………………… 4 分

$\therefore\cos\angle ABD=\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\angle DBC\right)=-\frac{1}{2}\cos\angle DBC+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\angle DBC=\frac{11}{14}$. ………………………… 5 分

在 $\triangle ABD$ 中，由余弦定理，得 $AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cdot\cos\angle ABD=57$，$\therefore AD=\sqrt{57}$； ……… 6 分

(2)$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot BD\cdot\sin\angle ABD=\frac{7\sqrt{3}}{2}BD\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\angle DBC\right)=\frac{7\sqrt{3}}{2}BD\cdot\sin\angle BCD$， ……… 8 分

在 $\triangle BDC$ 中，由正弦定理，得 $BD=\frac{BC}{\sin\angle BDC}\cdot\sin\angle BCD$，……………………………………… 10 分

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{7\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{BC}{\sin\angle BDC}\cdot\sin^2\angle BCD=49\sqrt{3}\cdot\sin^2\angle BCD\leqslant49\sqrt{3}$，

故 $\triangle ABD$ 面积的最大值为 $49\sqrt{3}$. ………………………………………………………………… 12 分

20. 解：(1)由题意，可得$\begin{cases} p_1p_2\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{6}, \\ 1-(1-p_1)(1-p_2)\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{5}{6}, \end{cases}$ ………… 3分

解得 $p_1=p_2=\dfrac{1}{2}$， ………… 4分

由题意，可得小芸恰好购买两件物品的概率为：

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{3}+\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$； ………… 5分

(2)$X$ 的所有可能取值为 0，40，60，100，140，160，200， ………… 6分

$P(X=0)=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$，$P(X=40)=\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$，

………… 7分

$P(X=60)=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$，$P(X=100)=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times$

$\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$， ………… 8分

$P(X=140)=\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{12}$，$P(X=160)=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{12}$， ………… 9分

$P(X=200)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{12}$， ………… 10分

∴$X$ 的分布列为

| $X$ | 0 | 40 | 60 | 100 | 140 | 160 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\dfrac{1}{6}$ | $\dfrac{1}{6}$ | $\dfrac{1}{6}$ | $\dfrac{1}{4}$ | $\dfrac{1}{12}$ | $\dfrac{1}{12}$ | $\dfrac{1}{12}$ |

………… 11分

∴$E(X)=0\times\dfrac{1}{6}+40\times\dfrac{1}{6}+60\times\dfrac{1}{6}+100\times\dfrac{1}{4}+140\times\dfrac{1}{12}+160\times\dfrac{1}{12}+200\times\dfrac{1}{12}=\dfrac{250}{3}$． ………… 12分

21. 解：(1)依题意，$2^2=2pt$，∴$t=\dfrac{2}{p}$，∴$A\left(\dfrac{2}{p},2\right)$， ………… 2分

又 $B\left(-\dfrac{p}{2},0\right)$，∴$|AB|=\sqrt{\left(\dfrac{2}{p}+\dfrac{p}{2}\right)^2+2^2}=2\sqrt{2}$，解得 $p=\pm2$(负值舍去)， ………… 4分

∴抛物线 $C$ 的标准方程为 $y^2=4x$； ………… 5分

(2)由题意，直线 $l$ 的斜率一定存在，设其方程为 $y=k(x+1)$，$E(x_1,y_1)$，$F(x_2,y_2)$．

联立$\begin{cases} y^2=4x, \\ y=k(x+1), \end{cases}$ 得 $k^2x^2+(2k^2-4)x+k^2=0$．

∵$\Delta=(2k^2-4)^2-4\cdot k^2\cdot k^2>0$，∴$-1<k<1$，$x_1\cdot x_2=1$， ………… 7分

直线 $AE$ 的方程为 $y-2=\dfrac{y_1-2}{x_1-1}(x-1)$，令 $x=-1$，得 $y_M=\dfrac{(-2k+2)(x_1+1)}{x_1-1}$．

同理，$y_N=\dfrac{(-2k+2)(x_2+1)}{x_2-1}$，…………………………………………………… 9分

$\therefore \dfrac{|BM|}{|BN|}=\left|\dfrac{y_M}{y_N}\right|=\left|\dfrac{(x_1+1)(x_2-1)}{(x_1-1)(x_2+1)}\right|=\left|\dfrac{x_1x_2+x_2-x_1-1}{x_1x_2-x_2+x_1-1}\right|$，把 $x_1\cdot x_2=1$ 代入，整理得 $\dfrac{|BM|}{|BN|}=1$. ……………………………………………………………………………… 12分

22. 解：(1) $\because f(x)=(x-k)\sin x$，$\therefore f'(x)=\sin x+(x-k)\cos x$，$\therefore f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$，…………………… 1分

$\therefore$ 切线方程为 $y-f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=x-\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)-\dfrac{\pi}{2}=\pm 2$，$\therefore \left(\dfrac{\pi}{2}-k\right)\cdot\sin\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{2}=\pm 2$，………… 2分

$\therefore k=\pm 2$；…………………………………………………………………………… 3分

(2) $\because f'(x)=\sin x+(x-k)\cos x$，当 $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f'(x)=\cos x\cdot(\tan x+x-k)$，

由函数 $y=\tan x+x$ 在区间 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上递增，且值域为 $\mathbf{R}$，…………………………………… 4分

$\therefore$ 存在唯一 $x_a\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$，使得 $\tan x_a+x_a=k$，…………………………………… 5分

此时，当 $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},x_a\right)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；当 $x\in\left(x_a,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

此时 $x=x_a$，$f'(x_a)=0$. ……………………………………………………………… 6分

同理，当 $x_2\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$ 时，使得 $\tan x_2+x_2=k$，满足 $f'(x_2)=0$.

当 $x_3\in\left(\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{5\pi}{2}\right)$ 时，使得 $\tan x_3+x_3=k$，满足 $f'(x_3)=0$. ……………………………… 7分

$\therefore k=x_1+\tan x_1=x_2+\tan x_2=x_3+\tan x_3$.

$\because 2x_2=x_1+x_3$，代入可得 $2\tan x_2=\tan x_1+\tan x_3$.

又 $\tan(2x_2)=\tan(x_1+x_3)$，即 $\dfrac{2\tan x_2}{1-\tan^2 x_2}=\dfrac{\tan x_1+\tan x_3}{1-\tan x_1\cdot\tan x_3}$，…………………………… 10分

$\therefore$ 当 $2\tan x_2=\tan x_1+\tan x_3=0$ 时，$x_2=\pi$，

当 $2\tan x_2=\tan x_1+\tan x_3\neq 0$ 时，$\tan^2 x_2=\tan x_1\cdot\tan x_3$，

$\therefore (k-x_2)^2=(k-x_1)(k-x_3)$，整理得 $x_2^2=x_1\cdot x_3$，此时数列为常数列，

又由 $x_2=\dfrac{x_1+x_3}{2}$，可得 $x_1=x_2=x_3$，不成立，

$\therefore$ 可知 $x_2=\pi$，此时 $k=x_2+\tan x_2=\pi$. ……………………………………………… 12分

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。