

座位号
考场号
准考证号
姓名

绝密
封
线
内
不
要
答
题

绝密★考试结束前

2023 学年第一学期浙江省七彩阳光新高考研究联盟返校联考

高三年级数学学科 试题

考生须知：

1. 本试题卷共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号。
3. 所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效。
4. 考试结束后，只需上交答题卷。

选择题部分

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{\alpha | 0 < \alpha < \pi\}$, $B = \{\beta | \beta = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $(\frac{\pi}{2})$
 - B. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$
 - C. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6})$
 - D. $(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6})$
2. 在复平面内，复数 z 对应的点在第一象限， i 为虚数单位，则复数 zi 对应的点位于
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
3. 已知向量 $a = (1, 2), b = (3, 4)$, 在直线 l 方向向量上的投影向量相等，则直线 l 的斜率为
 - A. 1
 - B. -1
 - C. 2
 - D. -2
4. 若双曲线的两个顶点将两焦点间的线段三等分，则该双曲线的离心率为
 - A. 3
 - B. $\sqrt{3}$
 - C. 2
 - D. $\sqrt{2}$
5. 过圆 $O: x^2 + y^2 = 9$ 上一点 P 作圆 $M: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 的两条切线 PA, PB , 切点为 A, B . 当 $\angle APB$ 最大时，直线 AB 的斜率为
 - A. $-\sqrt{2}$
 - B. $\sqrt{2}$
 - C. -1
 - D. 1
6. 若函数 $y = f(2x+1) + 1$ 为奇函数，则
 - A. $f(-2x+1) + f(2x+1) = 0$
 - B. $f(-2x+1) + f(2x+1) = -2$
 - C. $f(-2x-1) + f(2x+1) = 0$
 - D. $f(-2x-1) + f(2x+1) = -2$
7. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2\alpha + \frac{\pi}{3}) - \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = -\frac{3}{4}$, 则 $\cos \alpha =$
 - A. $\frac{1}{3}$
 - B. $\frac{1}{2}$
 - C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 - D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

联考

8. 中国风车出现于西汉,《天工开物》亦有记载,又称风谷车、扬谷机、风车、风柜、扇车、扇车、扬车、扬扇、扬谷器,是一种用来去除水稻等农作物子实中杂质、糠粒、秸秆屑等的木制传植农具.它顶部有个入料仓,下面有一个漏斗出大米,侧面有一个小漏斗出细米、糠粒,尾部出谷壳.顶部的入料仓高为4dm的多面体,其上下底面平行,上底面是长为6dm,宽为4dm长方形,下底面是边长为3dm的正方形,侧面均为梯形.此入料仓的体积为



第8题图

- A. 64 dm^3 B. $(44+8\sqrt{6}) \text{ dm}^3$ C. 63 dm^3 D. $(44+8\sqrt{3}) \text{ dm}^3$

二、选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分.

选符

9. 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{x}$, 则

- A. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增 B. 存在 $x_0 \in (-\infty, 0)$ 使得 $f(x_0) = 0$
C. 函数 $f(x)$ 图象存在两条相互垂直的切线 D. 存在 $x_0 \in (0, 1)$ 使得 $f(x_0) = 0$

10. 某校高三选科为政史地组合的班级为高三(1)班50人, 高三(2)班40人. 现对某次数学测试的成绩进行统计, 高三(1)班平均分为99分, 优秀率为12%, 方差为11. 高三(2)班平均分为90, 优秀率为7.5%, 方差为11. 则政史地班级的

- A. 平均分为95 B. 优秀率为10%
C. 方差为31 D. 两个班分数极差相同

11. 已知 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调, $x = -\frac{\pi}{3}$ 为 $f(x)$ 的零点, $x = \frac{\pi}{3}$ 为函数 $f(x)$ 图象的对称轴, 则 ω 的值不可能是

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 3

12. 已知 O 为坐标原点, 点 $A(1, 0)$, 点 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 为单位圆上的动点, OA 绕原点逆时针旋转 θ 到 OP , 再将 OP 绕原点逆时针旋转 θ 到 OQ ($0 \leq \theta < 2\pi$), 则

- A. 存在3个 θ 使得 $x_1 = x_2$ B. 存在6个 θ 使得 $|x_1 - x_2| = 1$
C. 存在4个 θ 使得 $|x_1 - x_2| = \frac{9}{8}$ D. 存在4个 θ 使得 $|x_1 - x_2| = \frac{3}{2}$

非选择题部分

三、填空题: 本大题共4小题, 每题5分, 共20分.

13. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_5 = S_7$, 则 $S_{12} =$ _____.

14. 已知: 多项式 $(m+x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_5x^5$ ($m > 0$), 若 $a_2 = 2a_1$, 则 $m =$ _____.

15. 用半径为2的钢球切割出一个圆柱体, 则圆柱体的体积最大值为_____.

16. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F ，过抛物线上点 P 作切线 l_1 ，过 F 作 $l_2 \perp l_1$ ，交抛物线于 A, B 。记

直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 ，则 $k_1^2 + k_2^2$ 的最小值为_____。

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， $b + 2a \cdot \cos B = 2c$ 。

(1) 求 A ；

(2) 若 D 在边 BC 上，且 $CD = 2DB = 2$ ， $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$ ，求 b 的值。

18. 甲乙两人进行乒乓球比赛，现约定：谁先赢 3 局谁就赢得比赛，且比赛结束。若每局比赛甲获胜的概率为 $\frac{1}{3}$ ，乙获胜的概率为 $\frac{2}{3}$ 。

(1) 求甲赢得比赛的概率；

(2) 记比赛结束时的总局数为 X ，写出 X 的分布列，并求出 X 的期望值。

19. 已知函数 $f(x) = 2x^2 - ax - 1$ ， $a \in \mathbb{R}$

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

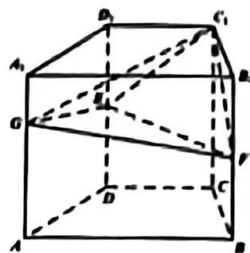
(2) 若 $x \geq -\frac{1}{4}$ ，求证： $f(x) \geq \sqrt{4x+1} - x^2 - \frac{a^2}{4}$ 。

1. 记 20. 如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 底面 $ABCD$ 为等腰梯形, $AB \parallel CD$, 且 $AD = DC = \frac{1}{2}AB = 2$,

$AA_1 = 4$. E, F 分别为 DD_1, BB_1 的中点.

(1) 求证: $EF \perp$ 平面 ADD_1A_1 ;

(2) 若四面体 $G-EFC_1$ 的体积为 $\frac{5}{3}\sqrt{3}$, 求 AG .



第 20 题图

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + \frac{2b_n}{n}$, $b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{1}{3}b_3 + \dots + \frac{1}{n}b_n = a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求 a_n 与 b_n ;

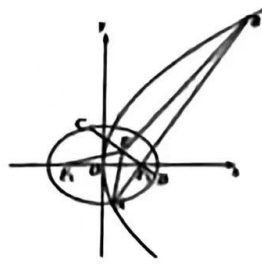
(2) 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 是否存在实数 λ, μ , 使得 $\lambda a_n, S_n, \mu b_n$ 成等差数列? 若存在求出 λ, μ 的值; 若不存在, 请说明理由.

22. 如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = m$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 抛物线 $y^2 = 4mx$ 的焦点为 F_3 , 抛物线

的弦 AB 和椭圆的弦 CD 交于点 F_2 , 且 $AB \perp CD$, E 为 CD 的中点.

(1) 求 m 的值;

(2) 记 $\triangle ABE$ 的面积为 S_1 , $\triangle F_1EF_3$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最小值.



第 22 题图