衢州市2023年6月高一年级教学质量检测试卷
数学参考答案

一、选择题:本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中只有1项符合题目要求.

1-8　CABC　BDDB

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对得5分，部分选对得2分，有选错的得0分.

9.ACD　10. BC　11.AB　12.BCD

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　14. $\frac{1}{2}$　15. $-\sin\frac{\pi}{4}x$ （答案不唯一）　16. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或验算步骤.

17.(1) $f(\frac{\pi}{6})=\cos\frac{\pi}{3}-\sin(\frac{2\pi}{3})$ ……………………………… 2分

$=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ ……………………………………… 4分

(2) $f(x)=2\cos^2 x-\cos x-1$ ……………………………… 6分

令 $t=\cos x,(t\in[0,1])$ 则 $y=2t^2-t-1,(t\in[0,1])$ ……………… 8分

函数 $f(x)$ 的值域 $[-\frac{9}{8},0]$ ……………………………………… 10分

18.解：(1) $(a+0.0125+0.0075+2b+2\times0.0025)\times20=1$，又 $a=3b$， $a=0.015,b=0.005$ …4分

(2) 前3组的频率和为 $(0.0025+0.005+0.0125)\times20=0.4$，

前4组的频率和为 $(0.0025+0.005+0.0125+0.015)\times20=0.7$，

$\therefore$ 第55百分位数位于第4组 $[60,80)$ 内. ……………………………6分

$\therefore$ 估计第55百分位数为 $60+\frac{0.55-0.4}{0.3}\times20=70$ 元. ………………………8分

(3) $[60,80),[80,100),[100,120)$ 这三组的频率分别为 $0.015\times20=0.3$， $0.0075\times20=0.15$， $0.005\times20=0.1$，比例为 $6:3:2$，则从 $(100,120]$ 内抽取的人数分别为

$\frac{2}{11}\times11=2$ ………………………………………………………………12分

19.证明：

(1) 多面体为二十四等边体知A、B、E、G、N、K为正方体对应棱上的中点………………………………………………………………………………2分

则 $AB // NK$， $BE // GN$， ……………………………………………… 4分

$AB\cap BE=B$， $GN\cap NK=N$，则平面 ABE // 平面 GNK …………………6分

(2) 正方体的体积 V_1=Sh= $30\times30\times30=27000(cm^3)$ ……………………… 8分

截去的每个四面体体积为 $V_2=\frac{1}{3}S_2h_2=\frac{1}{3}\times\frac{15\times15}{2}\times15=\frac{1125}{2}(cm^3)$ ………… 10分

所以石凳所对应几何体的体积为$V_1-8V_2=22500(cm^3)$ ························12 分

20. (1) $\dfrac{b+c}{a}=\cos C+\sqrt{3}\sin C$ 由正弦定理可知：

$\therefore \sin B+\sin C=\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin A\sin C$ ························ 2 分

$\therefore \sin A\cos C+\cos A\sin C+\sin C=\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin A\sin C$

$\therefore \cos A\sin C+\sin C=\sqrt{3}\sin A\sin C$ ······························ 4 分

$\therefore \cos A+1=\sqrt{3}\sin A$ 即 $\sin(A-\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{1}{2}$ ································ 5 分

$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$ ·· 6 分

(2)法 1： $\dfrac{b^2+c^2}{a^2}=\dfrac{\sin^2 B+\sin^2 C}{\sin^2 A}$ ·· 8 分

$=\dfrac{4}{3}(\dfrac{1-\cos 2B}{2}+\dfrac{1-\cos 2C}{2})=\dfrac{4}{3}(1-\cos(B+C)\cos(B-C))=\dfrac{4}{3}(1+\dfrac{1}{2}\cos(B-C))$

$=\dfrac{4}{3}[1+\dfrac{1}{2}\cos(2B-\dfrac{2\pi}{3})]$ ·· 10 分

所以$\dfrac{b^2+c^2}{a^2}$的取值范围为$(1,2]$ ·· 12 分

法 2： $A=\dfrac{\pi}{3}$，则$a^2=b^2+c^2-bc$ ··· 8 分

所以$\dfrac{b^2+c^2}{a^2}=\dfrac{b^2+c^2}{b^2+c^2-bc}=\dfrac{1}{1-\dfrac{bc}{b^2+c^2}}=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{\frac{b}{c}+\frac{c}{b}}}$ ································· 10 分

$\dfrac{b}{c}>0,\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{b}\geq 2$,,所以$0<\dfrac{1}{\frac{b}{c}+\frac{c}{b}}\leq\dfrac{1}{2}$,则$\dfrac{1}{2}\leq 1-\dfrac{1}{\frac{b}{c}+\frac{c}{b}}<1$

所以$\dfrac{b^2+c^2}{a^2}$的取值范围为$(1,2]$ ·· 12 分

21. 解：(1) 法一：$AA_1\perp$平面 ABC， $BC\subset$ 面ABC 则 $AA_1\perp BC$ ·············· 1 分

$BC\perp AC$， $BC\cap AC=C$，则 $BC\perp$ 面A_1AC ································ 2 分

RtΔA_1AB 中 $A_1B=2\sqrt{3}$，RtΔC_1BC 中 $C_1B=3$，又 $A_1C_1=1$，则在ΔA_1BC_1中

$\cos\angle A_1BC_1=\frac{5}{9}\sqrt{3}$，则 $\sin\angle A_1BC_1=\frac{\sqrt{6}}{9}$，…………………………………………… 3 分

所以 $S_{\Delta A_1BC_1}=\frac{1}{2}|A_1B||BC_1|\sin\angle A_1BC_1=\sqrt{2}$，…………………………………………… 4 分

设点 A 到面 A_1BC_1 的距离为 h，根据 $V_{A-A_1BC_1}=V_{B-AA_1C_1}$

即 $\frac{1}{3}\times S_{\Delta A_1BC_1}\times h=\frac{1}{3}\times S_{\Delta AA_1C_1}\times BC$ 得 $h=\sqrt{2}$ …………………………… 6 分

（2）过 C_1 作 $C_1E\perp A_1C$，由（1）知 $BC\perp$ 面 A_1AC，则 $BC\perp C_1E$，

则 $C_1E\perp$ 面 A_1BC，过 E 作 $EF\perp A_1B$，连接 C_1F，

则 $\angle C_1FE$ 为二面角 $C-A_1B-C_1$ 的平面角，…………………………………………… 8 分

$\angle C_1A_1C=\angle A_1CA=45^0$，

则 $C_1E=\frac{\sqrt{2}}{2}$，…………………………………………………………………………………………… 9 分

RtΔA_1BC 中 EF=$\frac{\sqrt{6}}{6}$，则 $C_1F=\frac{\sqrt{6}}{3}$，…………………………………………………… 10 分

所以 $Sin\angle C_1FE=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以二面角 $C-A_1B-C_1$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ……………… 12 分

法二：

同法一先证 $BC\perp$ 面 A_1AC，……………………………………………………………… 2 分

如图建系，则 C(0,0,0)，A（2,0,0），B（0,2,0），A_1（2,0,2），C_1（1,0,2），…… 3 分

则 $\overrightarrow{BA_1}=(2,-2,2)$，$\overrightarrow{A_1C_1}=(-1,0,0)$，$\overrightarrow{AA_1}=(0,0,2)$，…………………………………… 4 分

则面 A_1BC_1 的法向量为 $\vec{n}=(0,1,1)$，则 $d=\frac{|\overrightarrow{AA_1}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}=\sqrt{2}$ ………………………………… 6 分

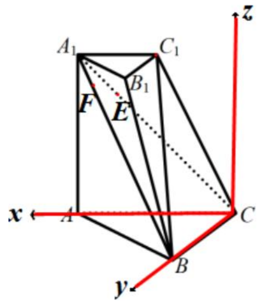
$\overrightarrow{CA_1}=(2,0,2)$，$\overrightarrow{CB}=(0,2,0)$ 则面 A_1BC 的法向量为 $\vec{n}_2=(-1,0,1)$，………… 8 分

又面 A_1BC_1 的法向量为 $\vec{n}=(0,1,1)$，…………………………………………………… 10 分

则 $\cos<\vec{n},\vec{n}_2>=\frac{1}{2}$，则二面角 $C-A_1B-C_1$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ………………………………… 12 分

法 3：（补形法）

22. (1)



$$f(x)=(2x-1)|x+1|-2x-1=\begin{cases}2x^2-x-2,(x\ge -1)\\ -2x^2-3x,(x<-1)\end{cases},$$

$\therefore f(x)$ 的单调递减区间为 $[-1,\frac{1}{4}]$……………4 分

(2)

（ i ） $f(x)=a(2x-1)|x+1|-2x-1=\begin{cases}2ax^2+(a-2)x-a-1,(x\ge -1)\\ -2ax^2-(a+2)x+a-1,(x<-1)\end{cases}$

由题意可知当 $a\le 0$ 时不符合题意即 $a>0$ ……………………………………………… 6 分

$f(\frac{1}{a})=2a\cdot\frac{1}{a^2}+(a-2)\cdot\frac{1}{a}-a-1=-a<0$， $\therefore \frac{1}{a}<x_3$ ……………………… 8 分

$\because 2a{x_3}^2+(a-2)x_3-a-1=0 \quad \therefore 2a{x_3}^2+ax_3-2x_3-a-1=0$

$\therefore {x_3}^2-\frac{x_3}{a}-1=\frac{a+1}{2a}-\frac{x_3}{2}-1=\frac{1-a}{2a}-\frac{x_3}{2}$

$\because \frac{1}{a}<x_3$

$\therefore {x_3}^2-\frac{x_3}{a}-1=\frac{a+1}{2a}-\frac{x_3}{2}-1=\frac{1-a}{2a}-\frac{x_3}{2}<\frac{1-a}{2a}-\frac{1}{2a}=-\frac{1}{2}<0$ …………… 10 分

（ii ）由题意可知： $x_1=\frac{(a+2)+\sqrt{9a^2-4a+4}}{-4a},x_2=\frac{(2-a)-\sqrt{9a^2+4a+4}}{4a}$

$\therefore x_2-x_1=\frac{(2-a)-\sqrt{9a^2+4a+4}}{4a}+\frac{(a+2)+\sqrt{9a^2-4a+4}}{4a}<\frac{1}{a}$

$\therefore a(x_2-x_1)<1$ ………………………………………………………………… 12 分