

秘密★启用前

理科数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 1\}$, 集合 $B = \{x \mid y = \ln x\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $(-1, 0]$
 - B. $[-1, 0]$
 - C. $[0, 1]$
 - D. $(0, 1]$
2. 设 $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i}$, 则在复平面内 z 对应的点位于
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
3. 新冠肺炎疫情防控中, 测量体温是最简便、最快捷, 也是筛查成本比较低、性价比很高的筛查方式, 是更适用于大众的普通筛查手段. 高三某班级体温检测员对甲、乙两名同学 1 至 7 日的体温进行了统计, 其结果如图 1 所示, 则下列结论不正确的是
 - A. 甲同学的体温的极差为 0.5°C
 - B. 甲同学的体温的众数为 36.3°C
 - C. 乙同学的体温比甲同学的体温稳定
 - D. 乙同学的体温的中位数与平均数不相等

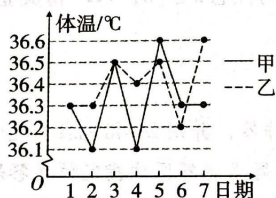


图 1

4. 若某程序框图如图 2 所示, 已知该程序运行后输出 S 的值是 $\frac{5}{11}$, 则判断框的条件可能是
 - A. $k \geq 9$
 - B. $k > 10$
 - C. $k > 11$
 - D. $k > 12$

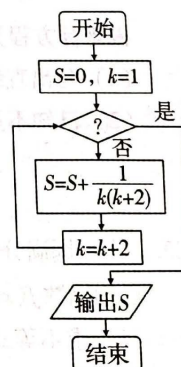


图 2

5. 唐朝的狩猎景象浮雕银杯如图3甲所示,其浮雕临摹了国画、漆绘和墓室壁画,体现了古人的智慧与工艺.它的盛酒部分可以近似地看作是半球与圆柱的组合体(假设内壁表面光滑,忽略杯壁厚度),如图乙所示.已知半球的半径为 R ,酒杯内壁表面积为 $6\pi R^2$,则圆柱的高和球的半径之比为

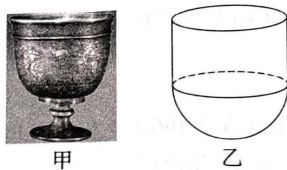


图3

- A. 2 : 3 B. 2 : 1 C. 3 : 1 D. 3 : 2
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=n^2+n$,则 $a_2+a_4+a_6+\dots+a_{2n}=\dots$
- A. $2n^2+2n$ B. n^2+3n C. $6n^2-2n$ D. $2n^2+2$
7. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega>0$)的最小正周期为 $\frac{2}{3}\pi$,将函数的图象向左平移 φ ($\varphi>0$)个单位长度后得到的函数图象经过原点,则 φ 的最小值为
- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$
8. 一个楼梯共有11级台阶,甲同学正好站在第11级台阶上,现在他每步可迈1级、2级或3级台阶,甲从第11级台阶走到第6级台阶(只能向前走),一共有多少种不同的走法?
- A. 11种 B. 12种
C. 13种 D. 14种
9. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-(1+a)x+a\ln x$ 在 $x=a$ 处取得极小值,则实数 a 的取值范围为
- A. $[1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(0, 1]$ D. $(0, 1)$
10. 已知实数 x, y 满足 $x^2-2xy+4y^2=2$,则 $x+2y$ 的最大值为
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4
11. 已知双曲线 E 的焦点为 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$,过 F_1 的直线 l_1 与 E 的左支相交于 A, B 两点,过 F_2 的直线 l_2 与 E 的右支相交于 C, D 两点,若四边形 $ABCD$ 为平行四边形,以 AD 为直径的圆过 $F_1, |DF_1|=|AF_1|$,则 E 的方程为
- A. $2x^2-2y^2=1$ B. $3x^2-\frac{3y^2}{2}=1$
C. $4x^2-\frac{4y^2}{3}=1$ D. $\frac{5x^2}{2}-\frac{5y^2}{3}=1$
12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x^2+3, & x<0, \\ 4|x-a|-a, & x>0 \end{cases}$ 的图象上恰有3对关于原点成中心对称的点,则实数 a 的取值范围是
- A. $\left(1, \frac{6}{5}\right)$ B. $\left(-\frac{\sqrt{17}+1}{2}, 1\right)$
C. $\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}, \frac{7}{5}\right)$ D. $\left(-\frac{6}{5}, \frac{7}{5}\right)$

二、填空题 (本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 已知单位向量 \vec{e}_1 和 \vec{e}_2 , 满足 $(2\vec{e}_1 - \vec{e}_2) \perp \vec{e}_2$, 则 \vec{e}_1 和 \vec{e}_2 的夹角 θ 等于_____.
14. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_4 = 4$, 则 $\log_8 a_2 + \log_8 a_3 + \log_8 a_7$ 的值为_____.
15. 已知动点 M 到点 $O(0, 0)$ 和点 $A(4, 0)$ 的距离之比为1:3, 若至少存在3个点 M 到直线 $l: kx - y - k = 0$ 的距离为 $\frac{1}{2}$, 则 k 的取值范围为_____.

16. 如图4, 若正方体的棱长为2, 点 P 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的一个动点(含边界), E, F 分别是棱 BC, DD_1 上的中点, 有以下结论:

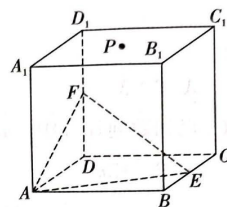


图4

- ① $\triangle PAE$ 在平面 CDD_1C_1 上的投影图形的面积为定值;
②平面 AEF 截该正方体所得的截面图形是五边形;
③ $|PE| + |PF|$ 的最小值是 $\sqrt{14}$;
④若保持 $|EP| = 2\sqrt{2}$, 则点 P 在上底面内运动路径的长度为 $\frac{2\pi}{3}$.

其中正确的是_____。(填写所有正确结论的序号)

三、解答题 (共70分. 解答题应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)

为了检测甲、乙两名工人生产的产品是否合格, 一共抽取了40件产品进行测量, 其中甲产品20件, 乙产品20件, 分别称量产品的重量(单位: 克), 记重量不低于66克的产品为“合格”, 作出茎叶图如图5:

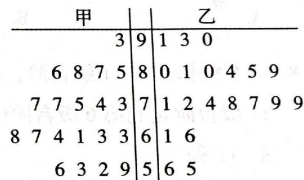


图5

- (1) 分别估计甲、乙两名工人生产的产品重量不低于80克的概率;
(2) 根据茎叶图填写下面的列联表, 并判断能否有90%的把握认为产品是否合格与生产的工人有关?

	甲	乙	合计
合格			
不合格			
合计			

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05
k_0	2.072	2.706	3.841

18. (本小题满分12分)

在锐角三角形 ABC 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a=6, b=5$, 且 $\sin A - \sin 2B = 0$.

- (1) 求 $\cos C$ 的值;
(2) 若点 M, N 分别在边 AB 和 AC 上, 且 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 $\frac{1}{3}$, 求 MN 的最小值.

19. (本小题满分 12 分)

如图 6 甲, 已知四边形 $ABCD$ 是直角梯形, E, F 分别为线段 AD, BC 上的点, 且满足 $AB \parallel CD \parallel EF, AB=2EF=4CD=4, AB \perp BC, \angle A=45^\circ$. 将四边形 $CDEF$ 沿 EF 翻折, 使得 C, D 分别到 C_1, D_1 的位置, 并且 $BC_1=\sqrt{3}$, 如图乙.

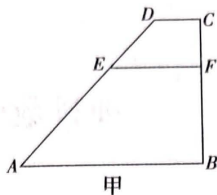


图 6

- (1) 求证: $ED_1 \perp BC_1$;
- (2) 求平面 AD_1E 与平面 BC_1F 所成的二面角的余弦值.

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 上的点 $(2, y_0)$ 到其焦点 F 的距离为 2.

- (1) 求抛物线 C 的方程;
- (2) 已知点 D 在直线 $l: y=-3$ 上, 过点 D 作抛物线 C 的两条切线, 切点分别为 A, B , 直线 AB 与直线 l 交于点 M , 过抛物线 C 的焦点 F 作直线 AB 的垂线交直线 l 于点 N , 当 $|MN|$ 最小时, 求 $\frac{|AB|}{|MN|}$ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^x$.

- (1) 求曲线 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线 l 的方程, 并证明除了切点以外, 曲线 $f(x)$ 都在直线 l 的上方;
- (2) 若不等式 $e^x - \frac{1}{2}x^2 - mx - \cos x \geq 0$ 对任意 $x \in [0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡作答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中, 椭圆 C 的焦点在 x 轴上, 中心为原点, F_1, F_2 分别为椭圆的左、右焦点, D 为上顶点, $\sin \angle OF_1D = \frac{2}{3}$, 焦距为 $2\sqrt{5}$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l_1 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta + 2\rho \sin \theta - 10 = 0$.

- (1) 写出直线 l_1 的直角坐标方程和 C 的一个参数方程;
- (2) 已知不过第四象限的直线 $l_2: x-2y-z=0$ 与 C 有公共点, 求 z 的最大值与最小值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x-2| - 2|x-5|$.

- (1) 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;
- (2) 若 $f(x) \leq 2|x-a|$, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

