试题解析

1．A

化简M,根据$N\cap M\neq\varnothing$,即可求得答案.

$\because M=\{x|x^2-x-6=0\}$

$\therefore M=\{3,-2\}$

又$\because N=\{x|x<a\}$, $N\cap M\neq\varnothing$

$\therefore a>-2$

故选:A.

本题主要考查了根据交集不为空集求参数,解题关键是掌握交集定义,可画出数轴辅助分析,数形结合,考查了分析能力和计算能力,属于基础题.

2．C

结合复数的除法性质可求出z，进而可求出$\bar{z}$，即可明确$\bar{z}$在复平面内对应的点，从而可选出正确答案.

解：因为$\frac{1+2i}{z}=1-i$，所以$z=\frac{1+2i}{1-i}=\frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-1+3i}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，

所以$\bar{z}=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$ 在复平面内对应的点为$\left(-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$，在第三象限.

故选:C.

3．D

由题意可得函数$f(x)$不是偶函数，图象不关于y轴对称，然后再根据特殊值进行判断可得结果.

解：$\because f(-x)=\frac{1-(-x)^2}{e^{-x}}\neq f(x)$，所以$f(x)$的图象不关于$y$轴对称，排除选项 B，C，

又因为$f(2)=\frac{1-2^2}{e^2}=\frac{-3}{e^2}<0$，排除 A.

故选：D.

本题考查根据函数的解析式判断函数的大体图象，考查分析判断能力和应用意识，结合函数奇偶性的判断，属于基础题.

4．D

取特殊值可排除 ABC，利用指数函数的单调性判断 D.

A 中，取$a=1,b=-1$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$显然错误；

B 中，取$a=1,b=-1$，则$a^2>b^2$显然错误；

C 中，取$a=1,b=-1$，则$|a|>|b|$显然错误；

D 中，由$y=2^x$是增函数，可知 a>b 时，$2^a>2^b$正确.

故选：D

5．D

利用给定函数的奇偶性及在区间$[0,\pi]$上的函数值情况判断作答.

函数$f(x)=\frac{\sin x}{e^x+e^{-x}}$的定义域为 R，$f(-x)=\frac{\sin(-x)}{e^{-x}+e^x}=-\frac{\sin x}{e^x+e^{-x}}=-f(x)$，

因此函数$f(x)$是 R 上的奇函数，图象关于原点对称，选项 A 不满足；

当$x\in[0,\pi]$时，$f(x)\geq0$，且当$x=0$或$x=\pi$时取等号，选项 BC 不满足，D 满足.

故选：D

6．C

根据题中条件，得到$f(0)=1\text{m}$，$f(1)=2.5\text{m}$，由解析式列出方程组求出b，k；再计算$f(3)$与$f(4)$，即可得出结果.

根据已知$f(0)=1\text{m}$，$f(1)=2.5\text{m}$，得$\begin{cases}1+3^{b}=10\\1+3^{k+b}=4\end{cases}$，解得$b=2$，$k=-1$，

所以$f(x)=\dfrac{10}{1+3^{-x+2}}$，从而$f(3)=\dfrac{10}{1+3^{-1}}=\dfrac{30}{4}=7.5\text{m}$，$f(4)=\dfrac{10}{1+3^{-2}}=9\text{m}$，

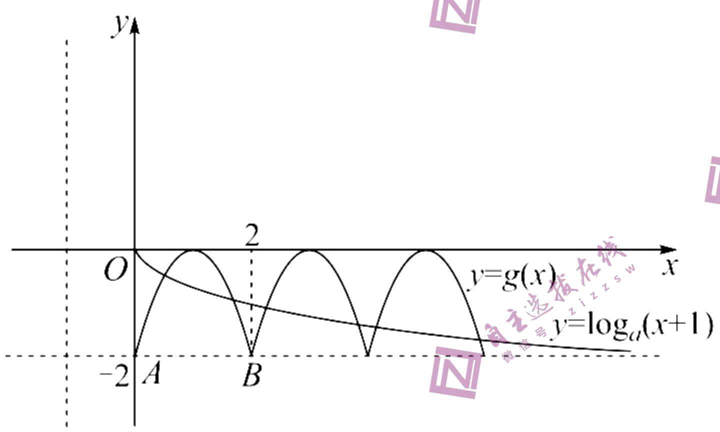
所以$f(4)-f(3)=1.5\text{m}$.

故选：C.

7．C

根据题意作出$g(x)$与函数$y=\log_a(x+1)(x\geq 0)$的图像，则原问题转化成函数$g(x)$的图像与函数$y=\log_a(x+1)(x\geq 0)$的图像至少有5个交点.

由$g(3-x)=g(3+x)$，知即$g(x)$的图像关于直线$x=3$对称，由$g(x)=g(x+2)$知,$g(x)$的一个周期$T=2$.结合$g(x)=-2x^2+4x-2\ (x\in[1,2])$,作出$g(x)$的图像与函数$y=\log_a(x+1)(x\geq 0)$的图像，则方程$g(x)=\log_a(x+1)$在$[0,+\infty)$上至少有5个不等的实根等价于函数$g(x)$的图像与函数$y=\log_a(x+1)(x\geq 0)$的图像至少有5个交点，如图所示，则$\begin{cases}0<a<1\\\log_a(4+1)=\log_a 5>-2\end{cases}$所以$0<a<\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.



故选：C.

8．D

画出$f(x)$图像，然后找到$y=f(x)$图像与直线$y=x-a$无交点的情况，利用导数的几何意义求出切线方程和切点坐标，从而得到临界状态时a的值，从而得到a的范围，得到答案.

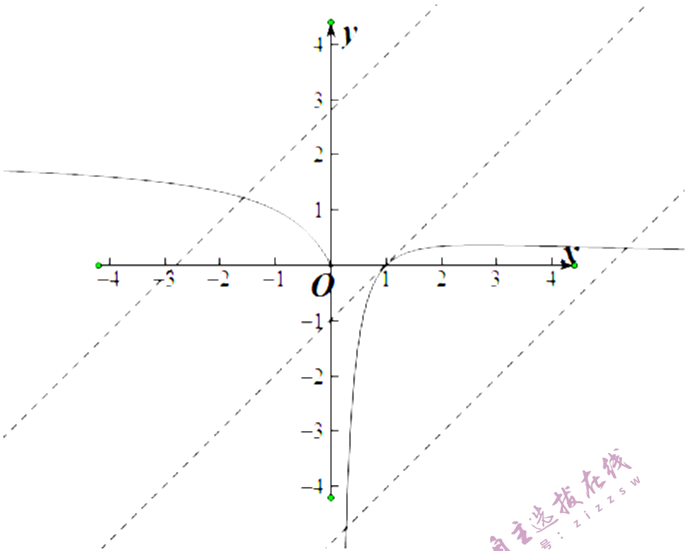
方程$f(x)=x-a$无实根等价于函数$y=f(x)$的图像与直线$y=x-a$无交点.

画出函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x-1},x\leq 0\\\dfrac{\ln x}{x},x>0\end{cases}$的图像，如图，

由图像知，当$a\leq 0$时，直线$y=x-a$与曲线$f(x)=\dfrac{2x}{x-1}(x\leq 0)$必有交点，

当$a>0$时，设直线$y=x-a$与曲线$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}(x>0)$相切时，切点为$P(x_0,y_0)$，

由 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，
代入切点横坐标 x_0 得切线的斜率，
所以 $\frac{1-\ln x_0}{x_0^2}=1$，解得 $x_0=1$，则 $P(1,0)$，
所以切线方程为 $y=x-1$ 得 $a=1$.
由图像知实数 a 的取值范围为 $(0,1)$，
故选：D.



本题考查函数与方程，利用导数求函数的切线，属于中档题.
9．AC
根据赋值法可求出所有项系数和判断 A，由二项展开式的通项公式可判断 BCD 即可.
令 $x=1$，由 $(3-1)^6=2^6=64$ 知，所有项系数和为 64，故 A 正确；
二项展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r(3x)^{6-r}(-1)^r x^{-\frac{r}{2}}=(-1)^r3^{6-r}C_6^r x^{6-\frac{3}{2}r}$，令 $6-\frac{3}{2}r=0$，解得 $r=4$，故展开式第 5 项为常数项，故 B 错误；
当 $r=0,2,4$ 时，$6-\frac{3}{2}r\in N$，展开式为整式，故 C 正确；
当 $6-\frac{3}{2}r=3$ 时，$r=2$，$T_3=(-1)^2 3^{6-2}C_6^2x^3=1215x^3$，故 D 错误.
故选：AC
10．ACD
根据余弦型函数的图像与性质即可逐项判断求解．
A：余弦型函数 y＝Acos(ωx＋φ)的最小正周期为 $\frac{2\pi}{|\omega|}$，周期为 $\frac{2\pi}{|\omega|}\cdot k, k\in Z$；
B：余弦型函数 y＝Acos(ωx＋φ)(ω＞0)的减区间由 ωx＋φ∈[$2k\pi,2k\pi+\pi$]，k∈Z 求得；
C：余弦型函数 y＝Acos(ωx＋φ)的零点由 ωx＋φ=$\frac{\pi}{2}+k\pi$，k∈Z 求得；
D：余弦型函数 y＝Acos(ωx＋φ)的对称轴由 ωx＋φ=$k\pi$，k∈Z 求得.
$f(x)=\cos(x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为 $T=2\pi$，则 $f(x)$ 的一个周期为 -2π，故 A 选项对；
当 $2k\pi\le x+\frac{\pi}{3}\le\pi+2k\pi$ 时，f(x)单调递减，

解得$-\frac{\pi}{3}+2k\pi\le x\le\frac{2\pi}{3}+2k\pi$，$k\in Z$，当 k＝0 时，即可判断 f(x)在$(\frac{\pi}{2},\pi)$上不单调，故 B 选项错；

$f(x+\pi)=\cos(x+\frac{4\pi}{3})$的零点为$x+\frac{4\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，解得$x=-\frac{5\pi}{6}+k\pi$，$k\in Z$，当 k＝1 时，即可判断 C 选项对；

$f(x)$的对称轴为$x+\frac{\pi}{3}=k\pi$，解得$x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$，$k\in Z$，当 k＝3 时，即可判断 D 选项对；

故选：ACD.

11．ABC

根据棱长为 1 的棱的条数分类讨论计算四面体的体积，然后判断可得.

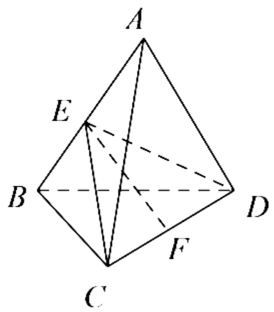
根据三角形的两边之和大于第三边性质，知四面体中棱长为 1 的棱最多有 3 条，

（1）若只有一条棱长度为 1，如图$AB=1$，其余棱长都为 2，

取AB中点E，CD中点F，连接CE,DE,EF，则$CE\perp AB,DE\perp AB$，又CE,DE是平面CDE内两相交直线，则$AB\perp$平面CDE，

由已知$CE=DE=\sqrt{2^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$，则$EF\perp CD$，$EF=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2-1^2}=\frac{\sqrt{11}}{2}$，

$S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{\sqrt{11}}{2}=\frac{\sqrt{11}}{2}$，$V_{ABCD}=V_{A-CED}+V_{B-CED}=\frac{1}{3}S_{\triangle CED}\cdot AB=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{11}}{2}\times1=\frac{\sqrt{11}}{6}$；



（2）若有两条棱长度为 1，还是如（1）中的图形，$AB=CD=1$，

解法如（1），只是有$EF=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{2}$，$S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{14}}{2}=\frac{\sqrt{14}}{4}$，

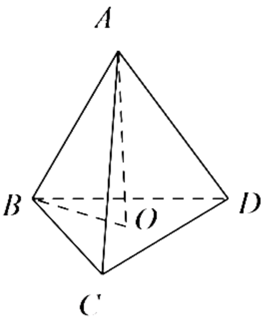
$V_{ABCD}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{14}}{4}\times1=\frac{\sqrt{14}}{12}$；

（3）若有两条棱长度为 1，如图$BC=CD=DB=1$，$AB=AC=AD=2$，四面体为正三棱锥，设AO是正三棱锥的高，O是$\triangle BCD$的外心，$OB=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{2^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{11}{3}}$，

$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot AO=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{\frac{11}{3}}=\frac{\sqrt{11}}{12}$.



故选：ABC．

本题考查求棱锥的体积，解题关键是根据棱的长度分类讨论确定四面体的个数．棱锥体积公式是 $V=\frac{1}{3}Sh$，但在高不易求得时可以换底，可以把多面体切割，使得高易求．从而得出体积．

12．BCD

根据新定义，直接运算 $(\frac{e^x-e^{-x}}{2})^2-(\frac{e^x+e^{-x}}{2})^2$ 即可判断 A，根据 $\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^x+e^{-x}}{2}\cdot 2$ 即可判断 B，结合同底数幂的乘法法则，利用作差法即可判断 CD.

A：$[\sinh(x)]^2-[\cosh(x)]^2=(\frac{e^x-e^{-x}}{2})^2-(\frac{e^x+e^{-x}}{2})^2$

$=\frac{1}{4}(e^{2x}+e^{-2x}-2-e^{2x}-e^{-2x}-2)=-1$，故 A 错误；

B：$\sinh(2x)=\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^x+e^{-x}}{2}\cdot 2=2\sinh(x)\cosh(x)$，故 B 正确；

C：$\cosh(\ln\frac{1}{x})=\cosh(-\ln x)=\frac{e^{-\ln x}+e^{\ln x}}{2}$，$\sinh(\ln x)=\frac{e^{\ln x}-e^{-\ln x}}{2}$，

$\cosh(-\ln x)-\sinh(\ln x)=\frac{e^{-\ln x}+e^{\ln x}}{2}-\frac{e^{\ln x}-e^{-\ln x}}{2}$

$=\frac{1}{2}(e^{-\ln x}+e^{\ln x}-e^{\ln x}+e^{-\ln x})=e^{-\ln x}>0$，即 $\cosh(\ln\frac{1}{x})>\sinh(\ln x)$，故 C 正确；

D：$\sinh(e^x)\cosh(\ln x)-\cosh(e^x)\sinh(\ln x)$

$=\frac{1}{4}[(e^{e^x}-e^{-e^x})(e^{\ln x}+e^{-\ln x})-(e^{e^x}+e^{-e^x})(e^{\ln x}-e^{-\ln x})]$

$=\frac{1}{4}(e^{e^x+\ln x}+e^{e^x-\ln x}-e^{\ln x-e^x}-e^{-e^x-\ln x}-e^{e^x+\ln x}-e^{\ln x-e^x}+e^{e^x-\ln x}+e^{-e^x-\ln x})$

$=\frac{1}{2}(e^{e^x-\ln x}-e^{\ln x-e^x})=\frac{1}{2}(e^{e^x-\ln x}-\frac{1}{e^{e^x-\ln x}})$，

由 $e^x-\ln x>0$ 得 $e^{e^x-\ln x}-\frac{1}{e^{e^x-\ln x}}>0$，即 $\sinh(e^x)\cosh(\ln x)>\cosh(e^x)\sinh(\ln x)$，故 D 正确.

故选：BCD.

13．$3+2\sqrt{2}/2\sqrt{2}+3$

首先根据对数的运算性质得到 $2\log_2 m+\log_3 n=1$，再利用基本不等式的性质求解即可.

因为 $m>1$，$n>1$，所以 $\log_3 n>0$，$\log_2 m>0$，

因为 $2\log_2 m=\log_3\frac{3}{n}\Rightarrow 2\log_2 m=\log_3 3-\log_3 n\Rightarrow 2\log_2 m+\log_3 n=1$.

所以 $\log_m 2+\log_n 3=\frac{1}{\log_2 m}+\frac{1}{\log_3 n}=(2\log_2 m+\log_3 n)\left(\frac{1}{\log_2 m}+\frac{1}{\log_3 n}\right)$

$=3+\frac{2\log_2 m}{\log_3 n}+\frac{\log_3 n}{\log_2 m}\ge 3+2\sqrt{\frac{2\log_2 m}{\log_3 n}\cdot\frac{\log_3 n}{\log_2 m}}=3+2\sqrt{2}$.

当且仅当$\frac{2\log_2 m}{\log_3 n}=\frac{\log_3 n}{\log_2 m}$，即$\log_3 n=\sqrt{2}\log_2 m=\sqrt{2}-1$时，等号成立.

故答案为：$3+2\sqrt{2}$

14．<

做差后，根据等差数列的性质及题意转化为$(S_{11}+S_4)-(S_{10}+S_5)$，再由等比数列的性质求解即可.

$\because$数列$\{a_n\}$为等差数列，$\therefore a_{11}+a_4=a_{10}+a_5$，

又$S_5=a_5,S_{10}=a_{10}$，$\therefore S_5+S_{10}=a_5+a_{10}=a_{11}+a_4$，

$\therefore S_{11}-a_4-(a_{11}-S_4)=(S_{11}+S_4)-(a_{11}+a_4)=(S_{11}+S_4)-(S_{10}+S_5)$，

由于数列$\{b_n\}$为等比数列，其前n项和为S_n，且公比$q>1,b_1<0$，

$\therefore (S_{11}+S_4)-(S_{10}+S_5)=S_{11}-S_{10}+S_4-S_5=b_{11}-b_5=b_1q^{10}-b_1q^4=b_1q^4(q^6-1)<0$，$\therefore S_{11}-a_4<a_{11}-S_4$.

故答案为：<

15．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

利用函数的单调性解抽象不等式即可.

$\because$函数$y=f(x)$满足：任意的$x_1,x_2\in[0,+\infty)(x_1\ne x_2)$，有$(x_1-x_2)(f(x_2)-f(x_1))>0$，

$\therefore x_1<x_2$时，$f(x_2)<f(x_1)$，

$\therefore$函数$y=f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递减，

又$f(x)<f\left(\frac{1}{2}\right)$

$\therefore\begin{cases}x\ge 0\\ x>\frac{1}{2}\end{cases}$，即$x>\frac{1}{2}$，

故实数x的取值范围是$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

本题考查函数的单调性的应用，考查等价转化思想，易错点忽视函数的定义域.

16．2

先求出导函数$f'(x)$，令$f'(x)=0$求出极值点，进而求出函数的极值，根据单调性和极值画出函数的大致图象，从而得到函数的零点个数.

$\because$函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x^2+3x+\frac{4}{3}$，$\therefore f'(x)=x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$，

令$f'(x)=0$得：$x=-3$或-1，

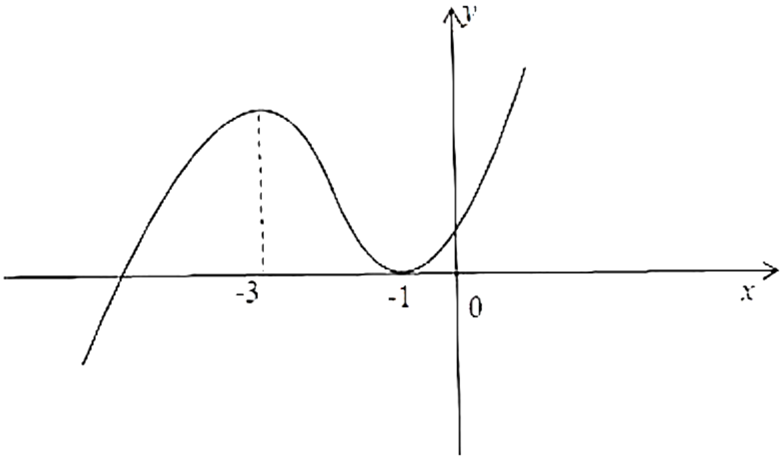
当$x\in(-\infty,-3)$时，$f'(x)>0$，函数$y=f(x)$单调递增；

当$x\in(-3,-1)$时，$f'(x)<0$，函数$y=f(x)$单调递减；

当$x\in(-1,+\infty)$时，$f'(x)>0$，函数$y=f(x)$单调递增.

所以，函数$y=f(x)$的极大值为$f(-3)=\frac{4}{3}$，极小值为$f(-1)=0$，

则函数$y=f(x)$的大致图象如图所示：



由图象可知，函数$y=f(x)$有2个零点.
故答案为：2.
本题主要考查了利用导数研究函数的单调性、极值，以及函数的零点，是中档题.
17. (1)1或2
(2)3
(3)7500

（1）根据等差数列的性质以及数列$A:a_1,a_2,\cdots$满足的关系即可求解，
（2）根据$a_i+a_j\le a_{i+j}\le a_i+a_j+1(i=1,2,\cdots,j=1,2,\cdots,i+j\ge 3)$即可求解，
（3）根据$a_1^*=1,a_2^*=2$，$a_3^*=4$，$a_4^*=5$，可知A^*由不能被3整除的正整数按照从小到大的顺序排列形成的，用数学归纳法证明即可，结合等差数列的求和公式即可求解.
（1）设公差为d，由题意可知$d\in Z$,由等差数列的通项可知
$a_i+a_j\le a_{i+j}\le a_i+a_j+1(i=1,2,\cdots,j=1,2,\cdots,i+j\ge 3)$得当$i+j\ge 3$时，
$1+(i-1)d+1+(j-1)d\le 1+(i+j-1)d\le 1+(i-1)d+1+(j-1)d+1$，化简得$1\le d\le 2$，故$d=2$或$d=1$，
（2）由于$a_1=a_2=1$，所以$2=a_1+a_2\le a_3\le a_1+a_2+1=3$，所以$a_3=2$或$a_3=3$，因此$a_3^*=3$，
当$a_3=2$时，$3=a_1+a_3\le a_4\le a_1+a_3+1=4$，且$2=a_2+a_2\le a_4\le a_2+a_2+1=3$，所以$a_4=3$，
当$a_3=3$时，$4=a_1+a_3\le a_4\le a_1+a_3+1=5$，且$2=a_2+a_2\le a_4\le a_2+a_2+1=3$，矛盾，故$a_3=2$，
$a_4=3$，所以$a_4^*=3$
（3）由于$a_1=1,a_2=2$，所以$3=a_1+a_2\le a_3\le a_1+a_2+1=4$，所以$a_3^*=4$，
由$a_3\le a_3^*=4$可知：$5=a_1+a_3\le a_4\le a_1+a_3+1=6$，且$4=a_2+a_2\le a_4\le a_2+a_2+1=5$，所以$a_4=5$，从而$a_4^*=5$，
因此可以猜想数列$A^*:a_1^*,a_2^*,\cdots$为$A^*:1,2,4,5,7,8,\cdots$，即A^*由不能被3整除的正整数按照从小到大的顺序排列形成的，且满足数列A的两个性质，
下面用数学归纳法证明：
当$n=1$时，显然成立，
假设$n=k$时结论成立，则当$n=k+1$时，当$a_k^*=3m+1$时，
此时$A^*:1,2,4,5,\cdots,3m+1,a^*_{k+1},\cdots$，由于$3m+2=a^*_1+a^*_k\le a^*_{k+1}\le a^*_1+a^*_k+1=3m+3$，且
$3m+1=a^*_2+a^*_{k-1}\le a^*_{k+1}\le a^*_2+a^*_{k-1}+1=3m+2$，所以$a^*_{k+1}=3m+2$，
当$a^*_{k+1}=3m+2$时，此时$A^*:1,2,4,5,\cdots,3m+2,a^*_{h+1},\cdots$，
由于$3m+3=a^*_1+a^*_k\le a^*_{k+1}\le a^*_1+a^*_k+1=3m+4$，且$3m+3=a^*_2+a^*_{k-2}\le a^*_{k+1}\le a^*_2+a^*_{k-2}+1=3m+4$，所以$a^*_{k+1}=3m+4$，故矛盾，

所以$A^*:1,2,4,5,7,8,\cdots$，即由不能被3整除的正整数按照从小到大的顺序排列形成的，且满足数列A的两个性质，

所以$A^*:1,2,4,5,7,8,\cdots$的前100项和为：

$$(1+2+3+\cdots+150)-(3+6+9+\cdots+150)=\frac{150\times151}{2}-\frac{153\times50}{2}=7500$$

求解新定义运算有关的题目，关键是理解和运用新定义的概念以及元算，利用化归和转化的数学思想方法，将不熟悉的数学问题，转化成熟悉的问题进行求解.

对于新型数列，首先要了解数列的特性，抽象特性和计算特性，抽象特性是将数列可近似的当作函数分析.计算特性，将复杂的关系通过找规律即可利用已学相关知识求解.

18．（1）$B=\frac{\pi}{3}$；（2）$AM=2\sqrt{13}$．

（I）由题意，根据正弦定理得$c^2-ca=b^2-a^2$，再由余弦定理得$\cos B=\frac{1}{2}$，即可求解.

（II）由题意得M,N是线段BC的两个三等分点，设$BM=x$，则$BN=2x$，$AN=2\sqrt{3}x$，在$\triangle ABN$中，由余弦定理得$12x^2=64+4x^2-2\times8\times2x\cos\frac{\pi}{3}$，解得$x=2$，则$BM=2$，再在$\triangle ABM$中,即可求解$AM$的长.

（1）$\because c(\sin C-\sin A)=(\sin A+\sin B)(b-a)$，则由正弦定理得:

$c^2-ca=b^2-a^2$,

$\therefore a^2+c^2-b^2=ca$，

$\therefore \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ca}=\frac{1}{2}$，

又$0<B<\pi$，

$\therefore B=\frac{\pi}{3}$.

（2）由题意得M,N是线段BC的两个三等分点，设$BM=x$，则$BN=2x$，$AN=2\sqrt{3}x$，

又$B=\frac{\pi}{3}$，$AB=8$，

在$\triangle ABN$中，由余弦定理得$12x^2=64+4x^2-2\times8\times2x\cos\frac{\pi}{3}$，

解得$x=2$（负值舍去），

则$BM=2$，

又在$\triangle ABM$中,$AM=\sqrt{8^2+2^2-2\times8\times2\times\frac{1}{2}}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$.

或解：在$\triangle ABN$中，由正弦定理得：$\frac{2\sqrt{3}x}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{2x}{\sin BAN}$，

$\therefore \sin\angle BAN=\frac{1}{2}$

又$BN=2x$，$AN=2\sqrt{3}x$，

$\therefore BN<AN$，

$\therefore \angle BAN$为锐角，

$\therefore \angle BAN=\frac{\pi}{6}$，

$\therefore \angle ANB=\dfrac{\pi}{2}$，又 $AB=8$，

$\therefore BN=2x=4$，

$\therefore x=2$，$\therefore MN=2$，$AN=4\sqrt{3}$，

$\therefore$在 $Rt\triangle ANM$ 中，$AM=\sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2+2^2}=2\sqrt{13}$.

本题主要考查了正弦定理与余弦定理在解三角形中的应用，在解有关三角形的题目时，要有意识地考虑用哪个定理更合适，或是两个定理都要用，要抓住能够利用某个定理的信息．一般地，如果式子中含有角的余弦或边的二次式时，要考虑用余弦定理；如果式子中含有角的正弦或边的一次式时，则考虑用正弦定理；以上特征都不明显时，则要考虑两个定理都有可能用到．

19．(1)见解析；（2）见解析.

（1）连接 BD，根据线面平行的判定定理只需证明 EF∥PD 即可；

（2）要证明△PCD 是直角三角形，只需证明 CD⊥PD，进而转化为证明 CD⊥平面 PAD.

（1）证明：

连接 BD，∵底面 ABCD 是正方形，E 是 AC 的中点，∴E 是 BD 的中点，

又 F 是 PB 的中点，∴EF∥PD.

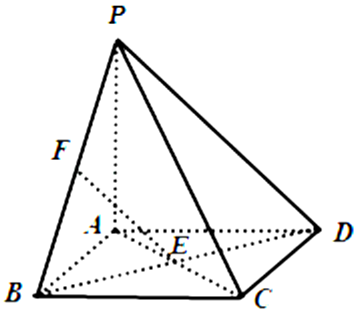
又 EF⊄平面 PCD，PD⊂平面 PCD，∴EF∥平面 PCD.

（2）证明：∵PA⊥底面 ABCD，∴PA⊥CD，即 CD⊥PA.

∵底面 ABCD 是正方形，∴CD⊥AD.

∵PA∩AD＝A，∴CD⊥平面 PAD.

∴CD⊥PD，∴△PCD 是直角三角形.



本题考查线面平行的判定地理、线面垂直的判定地理，属基础题，正确理解相关定理的内容是解决问题的基础.

20．（1）$\frac{2}{7}$（2）见解析，$E(X)=\dfrac{2}{3}$

(1)利用古典概型的概率公式直接计算一、二、三等品各取到一个的概率即可;

(2)先得到 X 的所有可能取值,然后计算各个取值的概率,列出 X 的分布列,再求出数学期望.

解:(1) 一、二、三等品各取到一个的概率为 $P=\dfrac{C_2^1C_3^1C_4^1}{C_9^3}=\dfrac{2}{7}$.

(2) X 的取值为 0,1,2,

$P(X=0)=\dfrac{C_7^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{12}$, $P(X=1)=\dfrac{C_2^1C_7^2}{C_9^3}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$, $P(X=2)=\dfrac{C_2^2C_7^1}{C_9^3}=\dfrac{1}{12}$,

X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$

$\therefore E(X)=\frac{1}{2}+\frac{2}{12}=\frac{2}{3}$.

本题考查了古典概型的概率公式,分布列和数学期望的求法,属中档题.

21.（1） $x^2+\frac{y^2}{4}=1$；（2） $-\sqrt{5}\le m\le\sqrt{5}$

（1）根据椭圆的定义代入数据得到轨迹方程.

（2）联立方程消去 y 得到 $5x^2+2mx+m^2-4=0$，计算 $\Delta=4m^2-20(m^2-4)\ge 0$ 得到答案.

（1）根据椭圆的定义知：轨迹方程为椭圆，且 $2a=4\therefore a=2$，且 $c=\sqrt{3}\therefore b=1$

故轨迹方程为： $x^2+\frac{y^2}{4}=1$

（2）联立方程得 $\begin{cases}x^2+\frac{y^2}{4}=1\\ y=x+m\end{cases}\therefore 5x^2+2mx+m^2-4=0$，直线 $y=x+m$ 与曲线 C 有交点

则 $\Delta=4m^2-20(m^2-4)\ge 0$ 解得 $-\sqrt{5}\le m\le\sqrt{5}$

本题考查了轨迹方程，直线与椭圆的位置关系，根据定义求轨迹方程可以简化运算，是解题的关键.

22.（1） $a=3$ 或-1（2） $f(x)_{\min}=\begin{cases}\left(t+\frac{1}{4}\right)\ln\left(t+\frac{1}{4}\right), & 0<t\le\frac{1}{e}-\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{e}, & \frac{1}{e}-\frac{1}{4}<t<\frac{1}{e}\\ t\ln t, & t\ge\frac{1}{e}\end{cases}$

（1）求出函数 $f(x)$ 的导数，计算 $f(1)$，$f'(1)$ 的值，求出切线方程，再与 $g(x)$ 联立消去 y 得到关于 x 的一元二次方程，令判别式为 0 即可求得结果；

（2）利用函数 $f(x)$ 的导数求出函数的单调区间， 通过讨论 t 的范围从而求出 $f(x)$ 的最小值即可.

（1） $f'(x)=\ln x+x\cdot\frac{1}{x}=\ln x+1$，

当 $x=1$ 时， $f'(1)=1$， $f(1)=0$，

所以 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=x-1$.

联立 $\begin{cases}y=x-1\\ y=-x^2+ax-2\end{cases}$，得 $x^2+(1-a)x+1=0$，

由题意可知， $\Delta=(1-a)^2-4=0$，

所以 $a=3$ 或-1；

（2）由（1）知 $f'(x)=\ln x+1$，当 $x\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 时， $f'(x)<0$， $f(x)$ 单调递减，当 $x\in\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 时， $f'(x)>0$， $f(x)$ 单调递增.

①当 $0<t<t+\frac{1}{4}\le\frac{1}{e}$，即 $0<t\le\frac{1}{e}-\frac{1}{4}$ 时， $f(x)_{\min}=f\left(t+\frac{1}{4}\right)=\left(t+\frac{1}{4}\right)\ln\left(t+\frac{1}{4}\right)$；

②当 $0<t<\frac{1}{e}<t+\frac{1}{4}$，即 $\frac{1}{e}-\frac{1}{4}<t<\frac{1}{e}$ 时，$f(x)_{\min}=f\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{1}{e}$；

③当 $\frac{1}{e}\le t<t+\frac{1}{4}$，即 $t\ge\frac{1}{e}$ 时，$f(x)_{\min}=f(t)=t\ln t$.

综上，$f(x)_{\min}=\begin{cases}\left(t+\frac{1}{4}\right)\ln\left(t+\frac{1}{4}\right), & 0<t\le\frac{1}{e}-\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{e}, & \frac{1}{e}-\frac{1}{4}<t<\frac{1}{e}\\ t\ln t, & t\ge\frac{1}{e}\end{cases}$.

本题考查导数的几何意义和曲线相切的概念，考查了利用导数研究函数的最值和分类讨论的思想运用，综合性强，属难题.