山东中学联盟高中名校2019级高三12月大联考

数学试题

命题学校：诸城一中　　审题学校：滕州一中

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置。
2. 选择题的作答：选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：（本题共8小题，每小题5分，共40分。每小题的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合$A=\{x|x^2-2x-3\le 0\}$，$B=\{x|1\le x<5\}$，则$A\cup B=$

A. $[-1,2)$　　B. $[-1,3]$　　C. $[-1,5)$　　D. $[1,3]$

2. 若复数$z=\dfrac{1+i}{1-i}+1$，则$\overline{z}$的虚部为

A. i　　B. $-i$　　C. 1　　D. -1

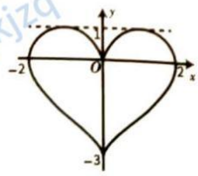
3. 若$a=\log_3 2, b=\log_5 2, c=e^{0.2}$，则$a,b,c$为

A. $b<a<c$　　B. $c<a<b$　　C. $b<c<a$　　D. $a<b<c$

4. 最早的测雨器记载见于南宋数学家秦九韶所著的《数书九章》（1247年）．该书第二章为“天时类”，收录了有关降水量计算的四个例子，分别是“天池测雨”、“圆罂测雨”、“峻积验雪”和“竹器验雪”．其中“天池测雨”法是下雨时用一个圆台形的天池盆收集雨水来测量平地降雨量（盆中水的体积与盆口面积之比）．已知天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸．当盆中积水深九寸（注：1尺=10寸）时，平地降雨量是

A. 9寸　　B. 7寸　　C. 8寸　　D. 3寸

5. 如图，一个“心形”由两个函数的图象构成，则“心形”上部分的函数解析式可能为



A. $y=|x|\sqrt{4-x^2}$

B. $y=x\sqrt{4-x^2}$

C. $y=\sqrt{-x^2+2|x|}$

D. $y=\sqrt{-x^2+2x}$

6. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2e^{x-1}, x<1,\\ x^3+x, x\ge 1,\end{cases}$则$f(f(x))<2$的解集为

A. $(1-\ln 2,+\infty)$ B. $(-\infty,1-\ln 2)$ C. $(1-\ln 2,1)$ D. $(1,1+\ln 2)$

7．已知F_1，F_2分别是椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点，$A,B$是椭圆上关于$x$轴对称的两点，$AF_2$的中点$P$恰好落在$y$轴上，若$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，则椭圆$C$的离心率的值为

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\dfrac{1}{3}$ C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\dfrac{1}{2}$

8．已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，当$x<0$时，$f(x)=3^x-1$，则使不等式$f\left(e^x-3e^{-x}\right)<\dfrac{8}{9}$成立的$x$的取值范围是

A．$(\ln 3,+\infty)$ B．$(0,\ln 3)$ C．$(-\infty,\ln 3)$ D.$(-1,3)$

二、多项选择题：（本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分）

9．下列说法中错误的是

A．已知$\vec{a}=(1,-3)$，$\vec{b}=(-2,6)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$可以作为平面内所有向量的一组基底

B．直线l的方向向量为$\vec{a}=(1,-1,2)$，直线m的方向向量为$\vec{b}=(2,1,-\dfrac{1}{2})$，则$l$与$m$垂直

C．若两非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$

D．平面直角坐标系中，$A(1,1)$，$B(4,2)$，$C(5,0)$，则$\triangle ABC$为锐角三角形

10． 若a，b为正实数，则$a>b$的充要条件为

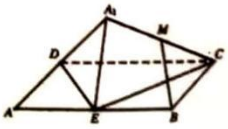
A. $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ B. $\ln a>\ln b$ C. $b\ln a<a\ln b$ D. $a-b<e^a-e^b$

11．设函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$，已知$f(x)$在$[0,\pi]$上有且仅有3个零点，则下列结论正确的是

A．在$(0,\pi)$上存在x_1,x_2，满足$f(x_1)-f(x_2)=4$ B．$f(x)$在$(0,\pi)$上有2个最大值点

C．$f(x)$在$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上单调递增 D．$\omega$的取值范围为$\left[\dfrac{13}{6},\dfrac{19}{6}\right)$

12．如图，矩形$ABCD$中，$AB=2AD$，E为边AB的中点，将$\triangle ADE$沿直线DE翻折成$\triangle A_1DE$．若M为线段A_1C的中点，则在$\triangle ADE$翻折过程中，下面四个命题中正确的是



A．$|BM|$是定值 B．点M运动轨迹在某个圆周上

C．存在某个位置，使$DE\perp A_1C$ D．A_1不在底面BCD上时，则MB//平面A_1DE

三、填空题：（本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，其中 16 题第一空 2 分，第二空 3 分）

13. 已知 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=3\cos\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$，则 $\tan 2\theta=$________

14. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是______.

15. 能说明“若 $f(x)>f(0)$ 对任意的 $x\in(0,2]$ 都成立，则 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上是增函数”为假命题的一个函数是__________.

16. 复印纸幅面规格采用 A 系列，其幅面规格为：① $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_9$ 所有规格的纸张的幅宽（以 x 表示）和长度（以 y 表示）的比例关系都为 $x:y=1:\sqrt{2}$；②将 A_1 纸张沿长度方向对开成两等分，便成为 A_2 规格；A_2 纸张沿长度方向对开成两等分，便成为 A_3 规格；……；如此对开至 A_9 规格，现有 $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_9$ 纸各一张，若 A_5 纸的幅宽为 2dm，则 A_1 纸的面积为______ dm^2，这 9 张纸的面积之和等于______ dm^2.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. （10 分）下面问题的条件① $BA=3$，② $BC=\sqrt{7}$，③ $BD=\sqrt{7}$，④ $\angle A=60^\circ$ 有多余，现请你在① $BA=3$，④ $\angle A=60^\circ$ 中删去一个，并将剩下的三个作为条件解答这个问题。

已知 ΔABC 中，D 是 AC 边的中点，你删去的条件是_____请写出用剩余条件解答本题的过程.

（1）求 AC 的长；

（2）$\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 E，求 AE 的长.

注：如果选择删去条件①和条件④分别解答，按第一个解答计分.

18. （12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-1$，记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n+n^2=n(a_n+1)$，

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $b_n=a_n^2\cos\frac{n\pi}{2}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 100 项和 T_{100}.

19. （12 分）《九章算术》是古代中国乃至东方的第一部自成体系的数学专著，书中记载了一种名为“刍甍”的五面体.“刍甍”字面意思为茅草屋顶，图 1 是一栋农村别墅，为全新的混凝土结构，它由上部屋顶和下部主体两部分组成．如图 2，屋顶五面体为刍甍”，其中前后两坡屋面 $ABFE$ 和 $CDEF$ 是全等的等腰梯形，左右两坡屋面 EAD 和 FBC 是全等的三角形，点 F 在平面 $ABCD$ 和 BC 上射影分别为 H，M，已知 $HM=5\mathrm{m}$，$BC=10\mathrm{m}$，梯形 $ABFE$ 的面积是△ FBC 面积的 2.2 倍．设 $\angle FMH=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$.

图1

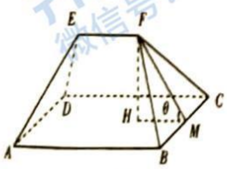


图2

（1）求屋顶面积S关于θ的函数关系式；

（2）已知上部屋顶造价与屋顶面积成正比，比例系数为常数$k(k>0)$，下部主体造价与其高度成正比，比例系数为$16k$，现欲造一栋总高度为6m的别墅，试问：当θ为何值时，总造价最低？

20.（12分）如图1，已知正方形$ABCD$的边长为4，E，F分别为AD，BC的中点，将正方形$ABCD$沿EF折成如图2所示的二面角，且二面角的大小为60°，点M在线段AB上（包含端点）运动，连接AD.

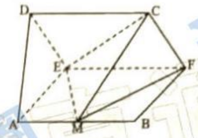


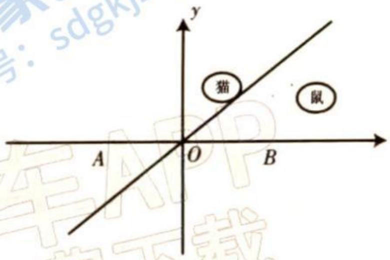
图2

图1

（1）若M为AB的中点，直线MF与平面ADE的交点为O，试确定点O的位置，并证明直线$OD//$平面EMC；

（2）是否存在点M，使得直线DE与平面EMC所成的角为60°？若存在，确定出M点位置；若不存在，请说明理由.

21.（12分）2018年世界人工智能大会已于2018年9月在上海徐汇西岸举行，某高校的志愿者服务小组受大会展示项目的启发，会后决定开发一款"猫捉老鼠"的游戏. 如图所示，A、B两个信号源相距10米，O是AB的中点，过O点的直线l与直线AB的夹角为45°，机器猫在直线l上运动，机器鼠的运动轨迹始终满足：接收到A点的信号比接收到B点的信号晚$\frac{8}{v_0}$秒（注：信号每秒传播v_0米）. 在时刻t_0时，测得机器鼠距离O点为4米.



（1）以O为原点，直线AB为x轴建立平面直角坐标系（如图），求时刻t_0时机器鼠所在位置的坐标；

（2）游戏设定：机器鼠在距离直线l不超过1.5米的区域运动时，有"被抓"的风险. 如果机器鼠保持目前的运动轨迹不变，是否有"被抓"风险？

22.（12分）已知$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-3\ln x$，$g(x)=\frac{1}{6}x^3+x^2-a\ln x$.

（Ⅰ）求$f(x)$在$(1,f(1))$处的切线方程；

（Ⅱ）已知$F(x)=g(x)-\frac{1}{6}x^3$的两个零点为$x_1,x_2(x_1<x_2)$，且x_0为$F(x)$的唯一极值点.

（1）求实数a的取值范围；　（2）求证：$x_1+3x_2>4x_0$.

山东中学联盟高中名校 2019 级高三 12 月大联考

数学答案及评分标准

一、单选题（每题 5 分）　1-4. CDAD　5-8. CBAC

二、多选题（每题 5 分）　9.AD　10.BD　11. AD　12.ABD

三、填空题（(每题 5 分，16 题第一空 2 分、第二空 3 分）

13. $\frac{4\sqrt{3}}{11}$　　14. $\frac{\pi}{4}$

15. $f(x)=\sin x$，或 $f(x)=-x(x-3)$（答案不唯一）

16. $64\sqrt{2}$　$\frac{511\sqrt{2}}{4}$

四、解答题

17、(10 分)【解】删①：(1) 设 $AD=CD=x$，$BA=y$，

在$\triangle ABD$中，$x^2+y^2-xy=7$，……2 分

在$\triangle ABC$中，$4x^2+y^2-2xy=7$，……4 分

$\therefore x=1, y=3$，$\therefore BA=3, AC=2$；……6 分

(2) 由$S_{\triangle ABE}+S_{\triangle ACE}=S_{\triangle ABC}$可得$\frac{1}{2}\times 3AE\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times 2AE\times\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times 3\times 2\times\sin 60^\circ$

$\therefore AE=\frac{6\sqrt{3}}{5}$……10 分

删④：(1) 设 $AD=CD=x$，

在$\triangle ABD$中，$\cos\angle ADB=\frac{7+x^2-9}{2\sqrt{7}x}$，在$\triangle CBD$中，

$\cos\angle CDB=\frac{7+x^2-7}{2\sqrt{7}x}=\frac{x}{2\sqrt{7}}$，……2 分

$\because \cos\angle ADB=-\cos\angle CDB$……4 分

$\therefore \frac{7+x^2-9}{2\sqrt{7}x}=-\frac{x}{2\sqrt{7}}$，$\therefore x=1$，$AC=2$，……6 分

(2) 由$S_{\triangle ABE}+S_{\triangle ACE}=S_{\triangle ABC}$可得$\frac{1}{2}\times 3AE\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times 2AE\times\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times 3\times 2\times\sin 60^\circ$

$\therefore AE=\frac{6\sqrt{3}}{5}$……10 分

18、(12 分) 解：(1)因为$S_n+n^2=n(a_n+1)$，所以$S_{n+1}+(n+1)^2=(n+1)(a_{n+1}+1)$，

两式相减得$na_{n+1}-na_n=2n$，所以$a_{n+1}-a_n=2$.……3 分

又$a_1=-1$，所以数列$\{a_n\}$是首项为-1，公差为 2 的等差数列，所以$a_n=-1+2(n-1)=2n-3$.……5 分

(2)由$b_n=a_n^2\cos\frac{n\pi}{2}$得，当$n=2k\text{-}1\left(k\in\mathbf{N}^*\right)$时,$b_n=0$ ……………………………………6 分

当$n=4k\left(k\in\mathbf{N}^*\right)$时，$b_n=a_n^2$，……………………………………………………7 分

当$n=4k\text{-}2\left(k\in\mathbf{N}^*\right)$时，$b_n=-a_n^2$，……………………………………………………8 分

所以$T_{100}=\left(a_4^2-a_2^2\right)+\left(a_8^2-a_6^2\right)+\cdots+\left(a_{100}^2-a_{98}^2\right)$

$=\left(a_4-a_2\right)\left(a_4+a_2\right)+\left(a_8-a_6\right)\left(a_8+a_6\right)+\cdots+\left(a_{100}-a_{98}\right)\cdot\left(a_{100}+a_{98}\right)=4\left(a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{100}\right)$

$=4\times\frac{\left(a_2+a_{100}\right)}{2}\times 50=100\times(1+197)=19800$ ……………………………………12 分

19、（12 分）【解】（1）由题意，知$FH\perp$平面$ABCD$，因为$HM\subset$平面$ABCD$，所以$FH\perp HM$.

在Rt△FHM中，$HM=5$，$\angle FMH=\theta$，所以$FM=\frac{5}{\cos\theta}$.

所以△FBC的面积为$\frac{1}{2}\times 10\times\frac{5}{\cos\theta}=\frac{25}{\cos\theta}$. ……………………………………2 分

所以屋顶面积$S=2S_{\triangle FBC}+2S_{\text{梯形}ABFE}=2\times\frac{25}{\cos\theta}+2\times\frac{25}{\cos\theta}\times 2.2=\frac{160}{\cos\theta}$.

所以S关于θ的函数关系式为$S=\frac{160}{\cos\theta}\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$. ……………………………………4 分

（2）在Rt△FHM，$FH=5\tan\theta$，所以下部主体高度为$h=6-5\tan\theta$. ……………………………5 分

所以别墅总造价为$y=S\cdot k+h\cdot 16k=\frac{160}{\cos\theta}\cdot k+\left(6-5\tan\theta\right)\cdot 16k$

$=\frac{160}{\cos\theta}k-\frac{80\sin\theta}{\cos\theta}k+96k=80k\cdot\frac{2-\sin\theta}{\cos\theta}+96k$. ……………………………………8 分

设$f\left(\theta\right)=\frac{2-\sin\theta}{\cos\theta}$，$0<\theta<\frac{\pi}{4}$，则$f'\left(\theta\right)=\frac{2\sin\theta-1}{\cos^2\theta}$，

令$f'\left(\theta\right)=0$，得$\sin\theta=\frac{1}{2}$，又$0<\theta<\frac{\pi}{4}$，所以$\theta=\frac{\pi}{6}$. ……………………………………9 分

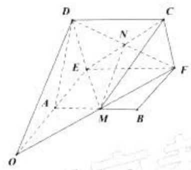
$f'\left(\theta\right)$与$f\left(\theta\right)$随θ的变化情况如下表：

θ	$\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$	$\frac{\pi}{6}$	$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right)$
$f'\left(\theta\right)$	−	0	+
$f\left(\theta\right)$	↘	$\sqrt{3}$	↗

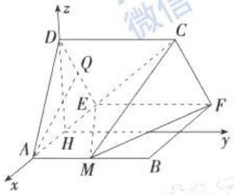
所以当$\theta=\frac{\pi}{6}$时，$f\left(\theta\right)$在$\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$上有最小值.

所以当θ为$\frac{\pi}{6}$时，该别墅总造价最低. ……………………………………12 分

20、（12 分）证明：（1）因为直线$MF\subset$平面$ABFE$，故点O在平面$ABFE$内，也在平面ADE内，
所以点O在平面$ABFE$与平面ADE的交线（即直线AE）上，.延长EA，FM交于点O，连接OD，如图所示.



因为 $AO//BF$，M 为 AB 的中点，所以$\triangle OAM\cong\triangle FBM$，所以 $OM=MF$，即 M 是 OF 的中点，$AO=BF=2$，
故点 O 在 EA 的延长线上且与点 A 间的距离为 2，……………………………………………2 分
连接 DF 交 EC 于点 N，因为四边形 $CDEF$ 为矩形，所以 N 是 DF 的中点.
在矩形 ABFE 中，点 M 是 AB 的中点，易证△AOM≌△BFM，所以 OM=FM，则 M 是 OF 的中点，……………3 分
连接 MN，则 MN 为 $\triangle DOF$ 的中位线，所以 $MN//OD$，
又 $MN\subset$ 平面 EMC，$OD\not\subset$ 平面 EMC，所以直线 $OD//$ 平 EMC. ……………………………………5 分
（2）如图，由已知可得 $EF\perp AE$，$EF\perp DE$，又 $EA\cap DE=E$，
所以 $EF\perp$ 平面 ADE，且 $\angle DEA=60$
所以平面 $ABFE\perp$ 平面 ADE，因为 $\angle DEA=60^\circ$，$DE=AE$，
所以$\triangle ADE$ 为等边三角形，取 AE 的中点 H，连接 DH，则 $DH\perp AE$，所以 $DH\perp$ 平面 $ABFE$ ……………7 分
过点 H 作直线 $HT//EF$，以为坐标原点，以 HA,HT,HD 分别为 x,y,z 轴建立如图所示的空间直角坐标系，



$E(-1,0,0)$，$D(0,0,\sqrt{3})$，$C(0,4,\sqrt{3})$，$F(-1,4,0)$，所以 $\overrightarrow{ED}=(1,0,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{EC}=(1,4,\sqrt{3})$

设 $M(1,t,0)(0\le t\le 4)$，则 $\overrightarrow{EM}=(2,t,0)$

设平面 EMC 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{EM}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{EC}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2x+ty=0\\ x+4y+\sqrt{3}z=0\end{cases}$，

取 $y=-2$，则 $x=t$，$z=\dfrac{8-t}{\sqrt{3}}$，所以平面 EMC 的一个法向量为 $\vec{m}=\left(t,-2,\dfrac{8-t}{\sqrt{3}}\right)$，……………………9 分

要使直线 DE 与平面 EMC 所成的角为 60°，

则 $|\cos<\overrightarrow{DE},\vec{m}>|=\dfrac{8}{2\sqrt{t^2+4+\left(\dfrac{8-t}{\sqrt{3}}\right)^2}}=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

即 $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{t^2-4t+19}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，整理得 $t^2-4t+3=0$，解得 $t=1$ 或 $t=3$ ……………………………………11 分

所以存在点 M，即为线段 AB 上靠近 A 或 B 的一个四等分点，使得直线 DE 与平面 EMC 所成的角为 60° …..12 分
21、（12 分）【解】（1）设机器鼠位置为点 P，$A(-5,0)$、$B(5,0)$，

由题意可得 $\dfrac{|PA|}{v_0}-\dfrac{|PB|}{v_0}=\dfrac{8}{v_0}$，即 $|PA|-|PB|=8<10$，可得 P 的轨迹为以 $A(-5,0)$、$B(5,0)$ 为焦点的双曲线的右支，

3

设其方程为C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$），则$c=5$、$a=4$、$b=3$，

则P的轨迹方程为C：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$（$x\geq 4$），……………………………4 分

时刻t_0时，$|OP|=4$，即$P(4,0)$，可得机器鼠所在位置的坐标为$(4,0)$；……………………5 分

（2）由题意，直线$l: y=x$，设直线l的平行线l_1的方程为$y=x+m$，平移直线l_1与双曲线右支只有一个公共点，

联立$\begin{cases}y=x+m\\9x^2-16y^2=144，x\geq 4\end{cases}$，可得：$7x^2+32mx+16m^2+144=0$，

$\Delta=(32m)^2-4\times7\times(16m^2+144)=0$，解得$m^2=7$，……………………………7 分

因为直线l_1与双曲线右支相切，所以$m=-\sqrt{7}$

即l_1：$y=x-\sqrt{7}$与双曲线的右支相切，切点即为双曲线右支上距离l最近的点，……………9 分

此时l与l_1的距离为$d=\frac{|-\sqrt{7}|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$，即机器鼠距离$l$最小的距离为$\frac{\sqrt{14}}{2}>1.5$，

则机器鼠保持目前运动轨迹不变，没有"被抓"的风险……………………………12 分

22、（12 分）【解】（Ⅰ）因为$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-3\ln x$，所以定义域为$(0,+\infty)$

所以$f'(x)=x-2-\frac{3}{x}$，$f'(1)=-4$，$f(1)=-\frac{3}{2}$，所以切线方程为$8x+2y-5=0$；……………2 分

（Ⅱ）(1) 证明：$F(x)=x^2-a\ln x$，若$a\leq 0$，则函数$F(x)=x^2-a\ln x$在其定义域内为单调函数，不可能有两个零点，

所以$a>0$……………………………3 分

由$F'(x)=2x-\frac{a}{x}=\frac{(\sqrt{2}x+\sqrt{a})(\sqrt{2}x-\sqrt{a})}{x}=0$ 得$x_0=\sqrt{\frac{a}{2}}$，

当$x\in(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$，$F'(x)<0$；$x\in(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty)$，$F'(x)>0$；

所以$F(x)$在$(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$上单调递减，$(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty)$上单调递增，……………………………5 分

因为当$x\to+\infty$时，$F(x)\to+\infty$；当$x\to0$时$F(x)\to+\infty$，要使$F(x)$有两个零点，只要满足$F(x_0)<0$，

即$F(\sqrt{\frac{a}{2}})=(\sqrt{\frac{a}{2}})^2-a\ln\sqrt{\frac{a}{2}}<0\Rightarrow a>2e$；……………………………7 分

（(1) 的证明也可采用数形结合的方法证明，转化为直线$y=\frac{1}{a}$和$g(x)=\frac{\ln x}{x^2}$有两个交点的条件，

可酌情赋分）

（2）因为$0<x_1<\sqrt{\frac{a}{2}}$，$x_2>\sqrt{\frac{a}{2}}$，令$\frac{x_2}{x_1}=t\ (t>1)$，由$g(x_1)=g(x_2)$，

所以$x_1^2-a\ln x_1=x_2^2-a\ln x_2$，即$x_1^2-a\ln x_1=t^2x_1^2-a\ln tx_1$，因此$x_1^2=\frac{a\ln t}{t^2-1}$，

而要证 $x_1+3x_2>4x_0$，只需证 $(3t+1)x_1>2\sqrt{2a}$，即证 $(3t+1)^2x_1^2>8a$，即证 $(3t+1)^2\frac{a\ln t}{t^2-1}>8a$，…………………9 分

由 $a>0,t>1$，只需证 $(3t+1)^2\ln t-8t^2+8>0$，

令 $p(t)=(3t+1)^2\ln t-8t^2+8$，则 $p'(t)=(18t+6)\ln t-7t+6+\frac{1}{t}$，

令 $n(t)=(18t+6)\ln t-7t+6+\frac{1}{t}$，则 $n'(t)=18\ln t+11+\frac{6t-1}{t^2}>0\ (t>1)$……………………………………………………11 分

故 $n(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上递增，$n(t)>n(1)=0$，故 $p(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上递增，$p(t)>p(1)=0$，

所以 $x_1+3x_2>4x_0$．………………………………………………………………12 分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。