

绝密★启用前

2022—2023 学年高三年级第二次联考

理科数学试卷

本试卷共 4 页, 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
3. 非选择题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $\frac{2}{1-z} = i$, 则 z 的共轭复数 \bar{z} 对应的点位于.

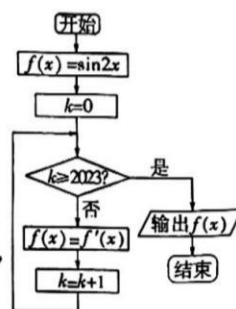
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 集合 $A = \{x | \frac{8}{x+2} > 1, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x \text{ 为 } 1 \sim 10 \text{ 以内的质数}\}$, 记 $A \cap B = M$, 则

A. $1 \in M$ B. $2 \notin M$ C. $3 \notin M$ D. $4 \notin M$
3. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 + a_4 + 3a_6 = 10$, 则 $S_9 =$

A. 18 B. 36 C. 54 D. 108
4. 阅读右图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的结果是

A. $-2^{2022} \sin 2x$
B. $2^{2022} \sin 2x$
C. $-2^{2023} \cos 2x$
D. $2^{2023} \cos 2x$
5. 已知平面向量 a, b, c , 满足 $|a| = 2$, $|a-b| = 2\sqrt{3}$, 若对于任意实数 x , 都有 $|b-xa| \geq |b-a|$ 成立, 且 $|c-a| \leq 1$, 则 $b \cdot c$ 的最大值为

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

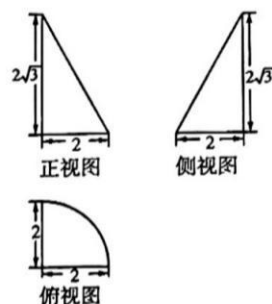


6. 在非等腰 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则“ $A \cdot \sin(A-C) = \cos^2 C - \cos^2 A$ ”是“ $a < b$ ”的
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
7. 中国算力大会“算力中国”创新成果展区分为 A 区和 B 区两大板块。A 区由最新数据中心产业图谱和国家新型工业化示范基地组成, B 区由算力筑基优秀案例、算力赋能案例、算力网络案例组成。若从该创新成果展区 5 个成果中, 随机抽取 3 个成果, 则其中恰有 2 个成果均是来自于 B 区的概率是

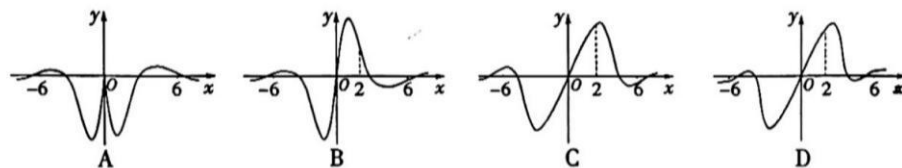
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

8. 如图是一个简单几何体的三视图, 则该几何体的表面积为

- A. $3\pi + 4\sqrt{3}$
B. $2\pi + 4\sqrt{3}$
C. $3\pi + 2\sqrt{3}$
D. $2\pi + 2\sqrt{3}$



9. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 + \cos x}$, $x \in [-7, 7]$ 的图象大致为

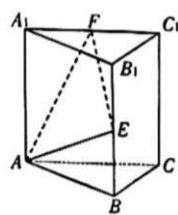


10. 已知抛物线 $x^2 = 2ay$ ($a > 2$) 的焦点为 F , 若抛物线上一点 P 满足 $|PF| = 5$, 且直线 PF 的斜率为 $\frac{3}{4}$, 则 a 的值为

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

11. 已知在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E, F 分别为 BB_1, A_1C_1 的中点, $AA_1 = 2$, $AB = 2, BC = 3\sqrt{2}, AC = 4$, 如图所示, 若过 A, E, F 三点的平面作该直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的截面, 则所得截面面积为

- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{15}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{30}$



12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a^x - (x+1)^2, & x \geq 0 \\ -2x+1, & x < 0 \end{cases}$, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 若函数 $f(x)$ 图象上存在关于原点对称的点仅有两对, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(0, e^{\frac{2}{3}})$ B. $(e^{\frac{2}{3}}, 1)$ C. $(1, e^{\frac{2}{3}})$ D. $(e^{\frac{2}{3}}, +\infty)$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} 2x-y+4 \geq 0 \\ x+y \leq 0 \\ y \geq -1 \end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最大值为_____.

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{n} = 1$ 的右焦点 F 到其中一条渐近线的距离为 3, 则双曲线的离心率 $e =$ _____.

15. 已知函数 $f(x)$ 满足下列条件:

① $f(x)$ 是由 $y = \sin x$ 经过图象变换得到的; ② 对于 $\forall x \in \mathbf{R}$, 均满足 $-3 = f(-\frac{\pi}{6}) \leq f(x) \leq$

$f(\frac{\pi}{3}) = 1$ 成立; ③ $y = f(x)$ 的函数图象过点 $(0, -2)$

请写出符合上述条件的一个函数解析式_____.

16. 对于函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 设 $m \in \{x | f(x) = 0\}$, $n \in \{x | g(x) = 0\}$, 若存在 m, n , 使得 $|m-n| \leq 1$, 则称 $f(x)$ 和 $g(x)$ 互为“零点关联函数”, 若函数 $f(x) = e^{x-2} + \ln(x-1) - 1$ 与 $g(x) = x(\ln x - ax) - 2$ 互为“零点关联函数”, 则实数 a 的最小值是_____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $2c \sin B \cos A + a \sin A = 2b \sin C$.

(1) 证明: $b = c$;

(2) 若 D 为 BC 边上的点, $BD = 2CD = 2$, $AD = \frac{\sqrt{7}}{3}b$, 求 b 的值.

18. (12 分) 网络直播带货助力乡村振兴, 它作为一种新颖的销售土特产的方式, 受到社会各界的追捧. 某直播间开展地标优品带货直播活动, 其主播直播周期次数 x (其中 10 场为一个周期) 与产品销售额 y (千元) 的统计数据如下:

直播周期数 x	1	2	3	4	5
产品销售额 y (千元)	3	7	15	30	40

根据数据特点, 甲认为样本点分布在指数型曲线 $y = 2^{bx+a}$ 的周围, 据此他对数据进行了一些初步处理, 如下表:

\bar{z}	$\sum_{i=1}^5 z_i^2$	$\sum_{i=1}^5 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^5 x_i z_i$	$\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^5 (y_i - \hat{y}_i)^2$
3.7	55	382	65	978	101

其中 $z_i = \log_2 y_i$, $\bar{z} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 z_i$

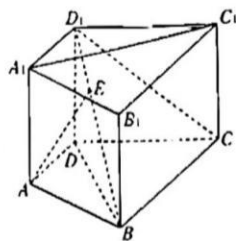
(1) 请根据表中数据, 建立 y 关于 x 的回归方程 (系数精确到 0.01)

(2) ①乙认为样本点分布在直线 $y = mx + n$ 的周围, 并计算得回归方程为 $\hat{y} = 9.7x - 10.1$, 以及该回归模型的相关指数 $R^2 = 0.981$, 试比较甲、乙两人所建立的模型, 谁的拟合效果更好?

②由①所得的结论,计算该直播间欲使产品销售额达到8万元以上,直播周期数至少为多少?(精确到1)

附:对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$,其回归直线 $\hat{v} = \alpha + \beta u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\beta = \frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})(u_i - \bar{u})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$, $\hat{\alpha} = \bar{v} - \beta \bar{u}$, 相关指数: $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \hat{v}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}$.

19. (12分) 如图,在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $DA \perp AB$, $DA = AB = 4$, $\triangle BCD$ 为等边三角形.



(1) 证明: $D_1B \perp A_1C_1$;

(2) 设侧棱 $DD_1 = 4$,点 E 在 BD_1 上,当 $\triangle ACE$ 的面积最小时,求 AE 与平面 A_1D_1B 所成的角的大小.

20. (12分) 已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点,点 $A(1, \frac{3}{2})$ 是 C 上一点,

AF_1 的中点在 y 轴上, O 为坐标原点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上一点 (x_0, y_0) 的切线方程为 $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$. 设动直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 C 相切于点 P ,且与直线 $x = 4$ 相交于点 Q ,试探究:在 x 轴上是否存在定点 F ,使得以 PQ 为直径的圆恒过点 F ? 若存在,求出点 F 的坐标;若不存在,说明理由.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{a}{2}x^2 + 2ax, a \in \mathbf{R}$,其中 e 为自然对数的底数.

(1) 若 $f(x)$ 有两个极值点,求 a 的取值范围;

(2) 记 $f(x)$ 有两个极值点为 x_1, x_2 ,试证明: $x_1x_2 < 2(x_1 + x_2) - 3$.

(二) 选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分,作答时请用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

【4-4 坐标系与参数方程】

22. 在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 3\cos\varphi \\ y = 3\sin\varphi \end{cases} (\varphi \text{ 为参数})$,以坐标原点为极

点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,已知直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\sin(\theta - \frac{\pi}{3}) = m - 2\sqrt{3}$.

(1) 写出直线 l 的参数方程及曲线 C 的普通方程;

(2) 设点 $P(2, m)$,若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,且 $\vec{PA} + 2\vec{PB} = \mathbf{0}$,求实数 m 的值.

【4-5 不等式选讲】

23. 设函数 $f(x) = |x - a^2 - 2| + |x - a|, x \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 2$ 时,求不等式 $f(x) > 8$ 的解集;

(2) 对任意 $x \in \mathbf{R}$,恒有 $f(x) \geq 5 - a$,求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



自主选拔在线

