

绝密★启用前

2023 届高三适应性模拟考试

数 学

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $M = \{x | -1 < x < 3\}$, $N = \{x | x \geq a, a \in \mathbf{R}\}$,若 $M \cap N = M$,则实数 a 的取值范围是
A. $[-1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1]$ C. $[-1, 3]$ D. $(-1, 3)$
- 设复数 z 在复平面内对应的点位于第一象限,且 $|z| = 2, |z + \bar{z}| = 2$,则 z 的值为
A. $1 - \sqrt{3}i$ B. $1 + \sqrt{3}i$ C. $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ D. $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
- 已知 A, B 是 $\odot C: (x-2)^2 + (y-4)^2 = 25$ 上的两个动点, P 是线段 AB 的中点,若 $|AB| = 6$,则点 P 的轨迹方程为
A. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$ B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 11$
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$ D. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 11$
- 我国古代数学家僧一行应用“九服晷影算法”在《大衍历》中建立了晷影长 l 与太阳天顶距 θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) 的对应数表,这是世界数学史上较早的一张正切函数表,根据三角学知识可知,晷影长 l 等于表高 h 与太阳天顶距 θ 的正切值的乘积,即 $l = h \tan \theta$. 若对同一“表高”两次测量,“晷影长”分别是“表高”的 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$,相应的太阳天顶距为 θ_1 和 θ_2 ,则 $\tan(\theta_1 - \theta_2)$ 的值为
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{5}{7}$ D. 1
- 已知圆台的上、下底面的圆周都在半径为 2 的球面上,圆台的下底面过球心,上底面半径为 1,则圆台的体积为
A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $5\sqrt{3}\pi$ C. $\frac{7\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $7\sqrt{3}\pi$
- 已知颜色分别是红、绿、黄的三个大小相同的口袋,红色口袋内装有两个红球,一个绿球和一个黄球;绿色口袋内装有两个红球,一个黄球;黄色口袋内装有三个红球,两个绿球(球的大小质地相同).若第一次先从红色口袋内随机抽取 1 个球,然后将取出的球放入与球同颜色的口袋内,第二次从该口袋内任取一个球,则第二次取到黄球的概率为
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{5}{48}$ D. $\frac{11}{48}$

【高三数学 第 1 页(共 6 页)】

7. 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 以坐标原点为圆心, 双曲线的虚半轴长为半径的圆与双曲线的两条渐近线相交于 A, B, C, D 四点, 若四边形 $ABCD$ 的面积为 $12\sqrt{2}$, 则双曲线的方程为 来源: 高三答案公众号

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{2y^2}{9} = 1$

B. $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\frac{x^2}{27} - \frac{2y^2}{27} = 1$

D. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{18} = 1$

8. 定义: 若直线 l 与函数 $y = f(x), y = g(x)$ 的图象都相切, 则称直线 l 为函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的公切线. 若函数 $f(x) = a \ln x (a > 0)$ 和 $g(x) = x^2$ 有且仅有一条公切线, 则实数 a 的值为

A. e

B. \sqrt{e}

C. $2e$

D. $2\sqrt{e}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

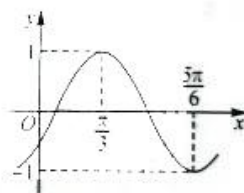
9. 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则下列结论正确的是

A. $\omega = 4$

B. $\varphi = -\frac{\pi}{6}$

C. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{24}, 0)$ 对称

D. $f(x)$ 在区间 $(\pi, \frac{5\pi}{4})$ 上单调递增



10. 如图, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, 且 $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$,

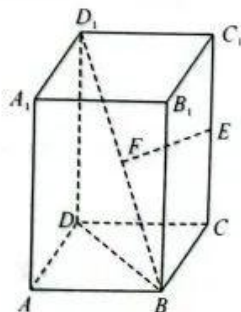
侧棱 $AA_1 = 4, E, F$ 分别为 CC_1, BD_1 的中点, 则下列结论正确的是

A. 异面直线 EF 与 BC 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$

B. 三棱锥 $D_1 - BDE$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C. 二面角 $E - BD - C$ 的正切值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. 三棱锥 $E - BCD$ 的外接球的表面积为 $\frac{28\pi}{3}$



11. 已知正项数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 \in (0, 1), x_{n+1} = \frac{1}{x_n} + \ln x_n, n \in \mathbf{N}^*$, 则下列结论正确的是
- A. 数列 $\{x_n\}$ 中的最小项为 x_1
- B. 当 $n \geq 2$ 时, $x_n > 1$
- C. 当 $n \geq 2$ 时, $x_{n+1} \geq x_n$
- D. 对任意 $n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$, $2x_{n+1} < x_n + x_{n+2}$
12. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过点 F 的两条互相垂直的直线 l_1, l_2 分别与抛物线 C 交于点 A, B 和 D, E , 其中点 A, D 在第一象限, 过抛物线 C 上一点 $P(x_0, 2)$ 分别作 l_1, l_2 的垂线, 垂足分别为 M, N, O 为坐标原点, 若 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -3$, 则下列结论正确的是
- A. $p = 2$
- B. 若 $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$, 则直线 l_1 的倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$
- C. 四边形 $PMFN$ 的周长的最大值为 $4\sqrt{2}$
- D. 四边形 $ADBE$ 的面积的最小值为 32

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 的周期为 2, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = \log_2(x-1)$, 则 $f(13) + f(-14) =$ _____.
14. 2023 年国家公务员考试笔试于 1 月 7-8 日结束, 公共科目包括行政职业能力测验和申论两科, 满分均为 100 分, 行政职业能力测验中, 考生成绩 X 服从正态分布 $N(75, \sigma^2)$. 若 $P(60 \leq X \leq 90) = \frac{3}{5}$, 则从参加这次考试的考生中任意选取 3 名考生, 至少有 2 名考生的成绩高于 90 的概率为 _____.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ, AB = AC = 2$, 且 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF} = \lambda\overrightarrow{AC} (\lambda \in \mathbf{R}), \overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{EM}$, 若 $|\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{7}}{2}$, 则 $\lambda =$ _____.
16. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + (1-a)x - x \ln x$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 则实数 a 的取值范围为 _____; 若 $3x_1 \geq x_2$, 则 $\ln x_1 + \ln x_2 + 2a$ 的最大值为 _____.

【高三数学 第 3 页(共 6 页)】

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \sin B = \sqrt{3}b(1 - \cos A)$.

(1) 求角 A 的大小;

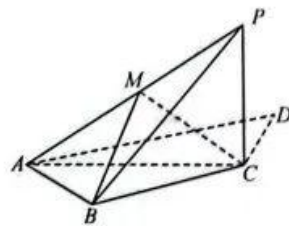
(2) 若 D 是 BC 上一点, 且 $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{DB}$, $AD = 1$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = BC = 2CD$, $AB \perp BC$, $AC \perp CD$. 以 AC 为折痕将 $\triangle ACD$ 折起, 使点 D 到达点 P 的位置, 且 $PB = \sqrt{5}CD$.

(1) 证明: $AB \perp$ 平面 PBC ;

(2) 若 M 为 PA 的中点, 求直线 PB 与平面 MBC 所成角的正弦值.



19. (本小题满分 12 分)

已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_1=1, a_2 a_3 a_4=64$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1, b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{1}{3}b_3 + \dots + \frac{1}{n}b_n = b_{n+1} - 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = a_n + (-1)^n (2b_n + 1)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} .

20. (本小题满分 12 分)

中华传统文化的主要内容, 从学术流派的角度, 主要包括儒家、道家、佛家、诸子百家; 从文化载体的角度, 主要包括经、史、子、集; 从日常生活的角度, 主要包括传统民俗文化. 为了弘扬中华传统文化, 某市初中课后服务开设了中华传统文化专题兴趣小组, 该市每学期均组织举办中华传统文化知识竞赛. 竞赛规则是: 该市属初中均组队参加, 每队 6 人, 平均分为 3 组参加“学术流派”、“文化载体”、“民俗文化”3 类专项赛, 专项赛的比赛赛制为: 每所学校的两人为一组, 每一轮竞赛中, 小组两人分别答 3 道题, 若答对题目不少于 5 道题, 则获得一个积分. 已知红心初级中学的张华与刘中两名同学一组, 张华与刘中每道题答对的概率分别是 $p_1 (0 < p_1 < 1)$ 和 $p_2 (0 < p_2 < 1)$, 且每道题答对与否互不影响.

(1) 若 $p_1 = \frac{2}{3}$, 记张华在一轮竞赛中答对题的个数为随机变量 X , 求随机变量 X 的分布列和

数学期望; 来源: 高三答案公众号

(2) 若 $p_1 + p_2 = \frac{4}{3}$, 且每轮比赛互不影响, 若张华与刘中组想至少获得 5 个积分, 那么理论上至少要多少轮竞赛?

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是椭圆 C 上异于左、右顶点的动点, $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最小值为 2, 且椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若直线 l 过 F_2 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, A, B 两点异于左、右顶点, 直线 l_1 过 F_1 交椭圆 C 于 M, N 两点, $l \perp l_1$, 求四边形 $AMBN$ 面积的最小值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - ax (a > 0)$.

(1) 若函数 $g(x) = f(x) - a$ 在 $[0, e^2 - 1]$ 上有且仅有 2 个零点, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x) \leq a^2 e^x - a(x+1)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

