四省八校双教研联盟高考联考试卷

理 科 数 学

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给的四个选项中，只有一项符合）

1、集合 $A=\{x\mid \frac{2}{x}>1\}$，$B=\{x\mid x^2+x-2>0\}$，则 $A\cap C_R B=$（　　）

A、$(0,2)$　　B、$(0,1]$　　C、$(0,1)$　　D、$[0,2]$

2、已知 $(2+i)y=x+yi$，$x,y\in R$，则 $\left|\frac{x}{y}+i\right|=$（　　）

A、$\sqrt{2}$　　B、$\sqrt{3}$　　C、2　　D、$\sqrt{5}$

3、在公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 中满足 $4a_3+a_{11}-3a_5=10$，则 $\frac{1}{5}a_4=$（　　）

A、-1　　B、0　　C、1　　D、2

4、如图（1）为某省 2016 年快递业务量统计表，图（2）某省 2016 年快递业务收入统计表，对统计图下列理解错误的是（　　）

A、2016 年 1~4 月业务量最高 3 月最低 2 月，差值接近 2000 万件

B、2016 年 1~4 月业务量同比增长率均超过 50%，在 3 月最高，和春节蛰伏后网购迎来喷涨有关

C、从两图中看，增量与增长速度并不完全一致，但业务量与业务的收入变化高度一致

D、从 1~4 月来看，业务量与业务收入量有波动，但整体保持高速增长

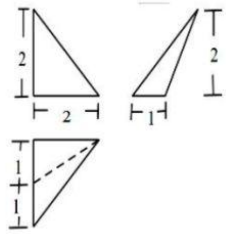
5、m，n 是两不同直线，α 是平面，$n\perp\alpha$，则 $m//\alpha$ 是 $m\perp n$ 的（　　）

A、充分不必要条件　　B、必要不充分条件

C、充分必要条件　　D、既不充分有不必要条件

6、现有 3 名男医生 3 名女医生组成两个组，去支援两个山区，每组至少两人，女医生不能全在同一组，则不同的派遣方法有（　　）

A、36　　B、54　　C、24　　D、60



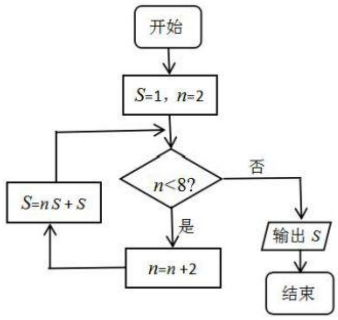
7、某几何体三视图如右则该几何体体积为（　）

A、$\frac{1}{3}$　　B、$\frac{2}{3}$　　C、1　　D、$\frac{4}{3}$

8、如图为程序框图，则输出结果为（　　）

A、105　　B、315　　C、35　　D、5

9、设 x，y 满足 $\begin{cases} 2x+y-4\geq 0 \\ x-y+2\geq 0 \\ 3x-y-3\leq 0 \end{cases}$，则 $z=\frac{2y}{x+1}$ 的范围（　）



A、$\left[\frac{1}{2},\frac{9}{7}\right]$　　B、$\left[\frac{1}{2},\frac{18}{7}\right]$

C、$\left[1,\frac{16}{5}\right]$　　D、$\left[1,\frac{8}{5}\right]$

10、已知在 $Rt\triangle ABC$ 中，$A=\frac{\pi}{2}$，$AB=3$，$AC=4$，P 为 BC 上任意一点(含 B，C)，以 P 为圆心，1 为半径作圆，Q 为圆上任意一点，设 $\overrightarrow{AQ}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $x+y$ 的最大值为（　）

A、$\frac{13}{12}$　　B、$\frac{15}{12}$　　C、$\frac{17}{12}$　　D、$\frac{19}{12}$

11、已知椭圆与双曲线有公共焦点，F_1，F_2，F_1 为左焦点，F_2 为右焦点，P 点为它们在第一象限的一个交点，且 $\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{4}$，设 e_1，e_2 分别为椭圆双曲线离心率，则 $\frac{1}{e_1}+\frac{1}{e_2}$ 的最大值为（　　）

A、$\sqrt{2}$　　B、$2\sqrt{2}$　　C、$3\sqrt{2}$　　D、$4\sqrt{2}$

12、$f(x)=\frac{3x^2-6x}{\cos(\frac{\pi}{3}x-\frac{\pi}{3})}+m(\frac{e^{2x}}{e^2}+\frac{e^2}{e^{2x}})$ 有唯一零点，则 $m=$（　）

A、3　　B、2　　C、$\frac{3}{2}$　　D、$\frac{1}{2}$

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13、设随机变量 $X \sim B(6, \frac{1}{3})$，则 $P(2 < X \le 4)$=_______

14、$(2x^2-1)\left(x-\frac{2}{x}\right)^6$ 展开式中 x^4 的系数为_______

15、$f(x)=\dfrac{\sin 2x}{1-2\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}(1+\sqrt{3}\tan x)$的最小正周期为_______

16、已知球内接三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$PA\perp$平面 ABC,，$\triangle ABC$ 为 等边三角形，且边长为$\sqrt{3}$，又球的体积为$\dfrac{32\pi}{3}$，则直线 PC 与平面 PAB 所成角的余弦值为_________

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.）

17、(12 分）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_{n+1}=\dfrac{4S_n-1}{2n-1}$，$a_1=1$ 且 $n\in N^*$.

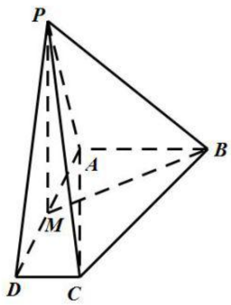
(1) 求$\{a_n\}$的通项公式;

(2) 设 $a_nb_n=\dfrac{1}{\sqrt{S_n}}$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为T_n，求证：$T_n<\dfrac{3}{2}(n\in N^*)$.

18、(12 分）四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，$AB//CD$，$AB\perp AD$，M 为 AD 中点，$PA=PD=\sqrt{5}$，$AD=AB=2CD=2$.

(1) 求证：平面 $PMB\perp$平面 PAC;

(2) 求二面角 $A\text{-}PC\text{-}D$ 的余弦值.



19、(12 分）越接近高考学生焦虑程度越强，四个高三学生中大约有一个有焦虑症，经有关机构调查，得出距离高考周数与焦虑程度对应的正常值变化情况如下表

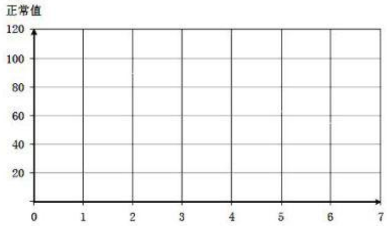
周数 x	6	5	4	3	2	1
正常值 y	55	63	72	80	90	99

其中$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\sum_{i=1}^{n}x_iy_i=1452$，$\sum_{i=1}^{n}x_i^2=91$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$

(1) 作出散点图;

(2) 根据上表数据用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $y=\hat{b}x+\hat{a}$ (精确到 0.01);

(3) 根据经验观测值为正常值的 0.85~1.06 为正常，若 1.06~1.12 为轻度焦虑，1.12~1.20 为中度焦虑，1.20 及以上为重度焦虑。若为中度焦虑及以上，则要进行心理疏导。若一个学生在距高考第二周时观测值为 103，则该学生是否需要进行心理疏导？



20、（12 分）已知定点 $R(1,\ 0)$，圆 S：$x^2+y^2+2x-15=0$，过 R 点的直线 L_1 交圆于 M，N 两点,过 R 点作直线 L_2 // SN 交 SM 于 Q 点.

(1) 求 Q 点的轨迹方程;

(2) 若 A，B 为 Q 的轨迹与 x 轴的左右交点，$P(x_0,\ y_0)$（$y_0\neq 0$）为该轨迹上任一动点，设直线 AP，BP 分别交直线 l：$x=6$ 于点 M，N，判断以 MN 为直径的圆是否过定点。如圆过定点，则求出该定点;如不是，说明理由.

21、（12 分）已知函数 $f(x)=ax-ax\ln x-1$（$a\in R$，$a\neq 0$）

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $x>1$ 时，求证：$\dfrac{1}{x-1}>e^{\frac{1}{x}}-1$。

选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答.

22、[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xoy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+3t\\y=-2+4t\end{cases}$（$t$ 为参数）。以坐标原点为极点，以 x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$.

(1) 求 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1，C_2 交于 A，B 两点，P 点极坐标为 $\left(2\sqrt{2},-\dfrac{3\pi}{4}\right)$，求 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}$ 的值.

23、[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知 $f(x)=|2x-1|-|x+2|$，$g(x)=|x-a|-|x+a+1|$.

(1) 解不等式 $f(x)>4$;

(2) 若对 $\forall x_1\in R$，$\exists x_2\in R$，使得 $f(x_2)=g(x_1)$.求实数 a 的范围.