2023年高三年级第三次适应性检测

数学试题

2023.05

本试卷共 4 页，22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集$U=\mathrm{R}$，集合A，B满足$A\subseteq(A\cap B)$，则下列关系一定正确的是

A. $A=B$　　B. $B\subseteq A$　　C. $A\cap(\complement_U B)=\varnothing$　　D. $(\complement_U A)\cap B=\varnothing$

2. 设数列$\{a_n\}$是等比数列，则“$a_1<a_3<a_5$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 将四位数2023的各个数字打乱顺序重新排列，则所组成的不同的四位数（含原来的四位数）中两个2不相邻的概率为

A. $\dfrac{5}{9}$　　B. $\dfrac{5}{24}$　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

4. 某比赛决赛阶段由甲，乙，丙，丁四名选手参加，在成绩公布前，A,B,C三人对成绩作出如下预测：A说：乙肯定不是冠军；B说：冠军是丙或丁；C说：甲和丁不是冠军．成绩公布后，发现三人中只有一人预测错误，则冠军得主是

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

5. 瑞士数学家欧拉在《三角形的几何学》一书中提出：任意三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上．这条直线被称为欧拉线．已知$\triangle ABC$的顶点$A(-3,0)$，$B(3,0)$，$C(3,3)$，若直线$l:ax+(a^2-3)y-9=0$与$\triangle ABC$的欧拉线平行，则实数a的值为

A. -2　　B. -1　　C. -1或3　　D. 3

6. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{2\omega}$ 后，得到 $g(x)$ 的图象，若函数 $g(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，则 ω 的取值范围为

A. $(0,3]$　　B. $(0,2]$　　C. $(0,\frac{4}{3}]$　　D. $(0,\frac{2}{3}]$

7. 已知向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足：$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\frac{1}{2}$，$(\vec{b}-\vec{c})\cdot(3\vec{b}-\vec{c})=0$，则 $|\vec{a}-\vec{c}|$ 的最小值为

A. $\sqrt{3}-1$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 1

8. 已知 O 为坐标原点，双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过 C 的右焦点 F_2 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线交 C 于 A,B 两点，AB 中点为 W，$|F_2W|=\sqrt{a^2+b^2}$，ΔF_1AB 的周长等于12，则

A. $a=3$　　B. 双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{2}x$

C. $|AB|=9$　　D. $|OW|=\sqrt{6}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 关于 x 的方程 $x^2=-4$ 的复数解为 z_1,z_2，则

A. $z_1\cdot z_2=-4$

B. z_1 与 z_2 互为共轭复数

C. 若 $z_1=2\mathrm{i}$，则满足 $z\cdot z_1=2+\mathrm{i}$ 的复数 z 在复平面内对应的点在第二象限

D. 若 $|z|=1$，则 $|z-z_1\cdot z_2|$ 的最小值是3

10. 为了判断某地区超市的销售额与广告支出之间的相关关系，现随机抽取7家超市，得到其广告支出与销售额数据如下表，则

超市	A	B	C	D	E	F	G
广告支出 x 万元	1	2	4	6	10	13	20
销售额 y 万元	19	32	44	40	52	53	54

A. 广告支出的极差为19

B. 销售额的中位数为40

C. 若销售额 y 与广告支出 x 之间的经验回归方程为 $\hat{y}=1.5x+m$，则 $m=30$

D. 若去掉超市 A 这一组数据，则销售额 y 与广告支出 x 之间的线性相关程度会减弱

11. 已知实数a,b，满足$a>b>0$，$\ln a\ln b=1$，则

A. $ab>\mathrm{e}^2$　　B. $\log_a 2<\log_b 2$　　C. $(\frac{1}{2})^{ab-1}<(\frac{1}{2})^{a+b}$　　D. $a^a b^b>a^b b^a$

12. 在三棱锥$P-ABC$中，$PA=PB=PC=AB=BC=1,AC=\sqrt{2}$，点$M,N$分别为$PB,AC$中点，$W$是线段$PA$上的动点，则

A. 平面$PAC\perp$平面ABC

B. $\triangle WMN$面积的最小值为$\dfrac{\sqrt{6}}{24}$

C. 平面WMN截该三棱锥所得截面不可能是菱形

D. 若三棱锥$P-ABC$可以在一个正方体内任意转动，则此正方体的体积最小值为$2\sqrt{2}$

三、填空题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知椭圆C的长轴长为4，它的一个焦点与抛物线$y=\dfrac{1}{4}x^2$的焦点重合，则椭圆C的标准方程为________________.

14. 已知圆锥的底面半径为1，侧面展开图为半圆，则该圆锥内半径最大的球的表面积为________________.

15. 若$(\dfrac{1}{3x}+\sqrt{x})^n$展开式的所有项的二项式系数和为$256$，则展开式中系数最大的项的二项式系数为________________.（用数字作答）

16. 设$f(x)$为定义在整数集上的函数，$f(1)=1$，$f(2)=0$，$f(-1)<0$，对任意的整数x，y均有$f(x+y)=f(x)f(1-y)+f(1-x)f(y)$，则$f(55)=$________________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. （10 分）

记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$2c\sin B=(2a-c)\tan C$.

（1）求角B；

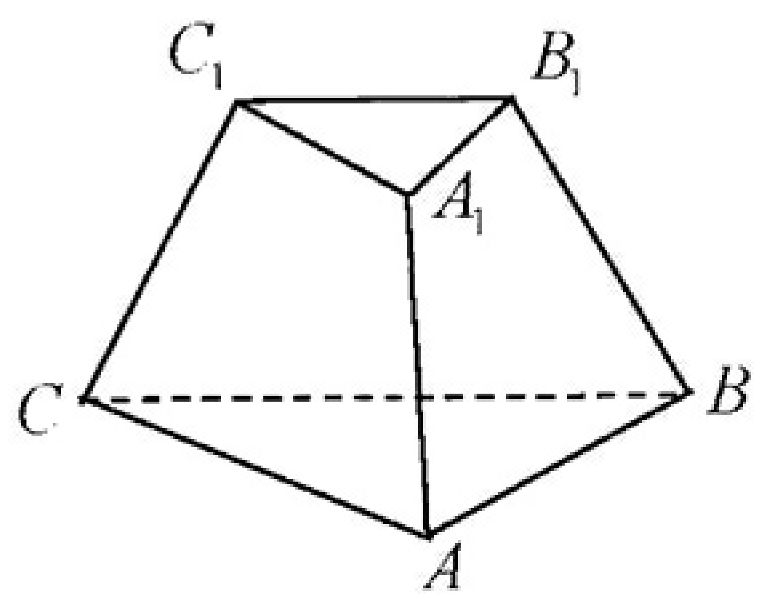
（2）若$c=3a$，D为AC中点，$BD=\sqrt{13}$，求$\triangle ABC$的周长.

18. （12 分）

如图，三棱台$ABC-A_1B_1C_1$中，平面$BCC_1B_1\perp$平面ABC，$AB=AC$，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{2}$，$AB=2A_1B_1=4$，$BB_1=CC_1=\sqrt{3}$.

（1）求四棱锥$A_1-BCC_1B_1$的体积；

（2）在侧棱BB_1上是否存在点E，使得二面角$E-AC-B$的余弦值为$\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$？若存在，说明点E的位置；若不存在，说明理由.



19. （12分）

记S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_n+(-1)^n a_{n+1}=3^n$，$b_n=a_{2n+1}+2a_{2n}$.

（1）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若a_1,a_2,a_3成等差数列，求S_{2n-1}.

20. （12分）

已知动圆P经过点$A(-\sqrt{3},0)$，并且与圆$B:(x-\sqrt{3})^2+y^2=16$相切，记圆心P的轨迹为曲线C.

（1）求曲线C的方程；

（2）若动圆Q的圆心在曲线C上，定直线$l:x=t$与圆Q相切，切点记为M，探究：是否存在常数m使得$|QB|=m|QM|$？若存在，求m及直线l的方程；若不存在，请说明理由.

21. （12分）

甲、乙两人组团参加答题挑战赛，规定：每一轮甲、乙各答一道题，若两人都答对，该团队得1分；只有一人答对，该团队得0分；两人都答错，该团队得-1分. 假设甲、乙两人答对任何一道题的概率分别为$\dfrac{3}{4},\dfrac{2}{3}$.

（1）记X表示该团队一轮答题的得分，求X的分布列及数学期望$E(X)$；

（2）假设该团队连续答题n轮，各轮答题相互独立. 记P_n表示"没有出现连续三轮每轮得1分"的概率，$P_n=aP_{n-1}+bP_{n-2}+cP_{n-3}(n\ge 4)$，求$a,b,c$；并证明：答题轮数越多（轮数不少于3），出现"连续三轮每轮得1分"的概率越大.

22. （12分）

已知函数$f(x)=\dfrac{b\sin x+c}{a^x}\ (a>0,a\ne 1)$，当$a=\mathrm{e}, b=1$时，曲线$y=f(x)$在$x=0$处的切线与$x$轴平行.

（1）求c；

（2）当$x\in[0,\pi]$时，$f(x)\le 1$，证明：$a\ge \mathrm{e}b$.